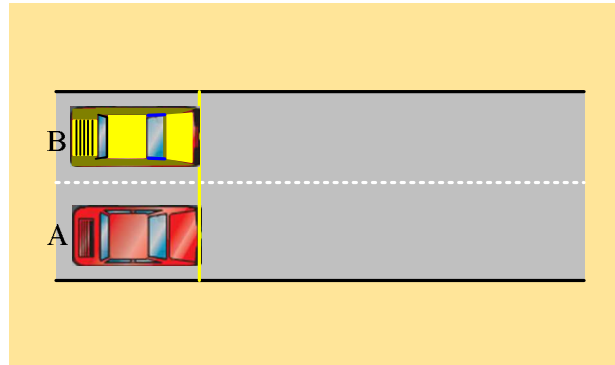


Δυο κινήσεις μεταξύ δύο φαναριών.

Ένα αυτοκίνητο Α είναι σταματημένο μπροστά από το κόκκινο φανάρι, ενός ευθύγραμμου δρόμου. Μόλις ανάψει πράσινο, το αυτοκίνητο αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a_1=4\text{m/s}^2$, μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα $v_1=72\text{km/h}$, οπότε κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα με αποτέλεσμα να φτάσει στο επόμενο φανάρι, μετά από μισό λεπτό. Θεωρώντας την αρχική θέση του αυτοκινήτου ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x και τη στιγμή που το φανάρι γίνεται πράσινο, ως τη στιγμή $t=0$, ζητούνται:



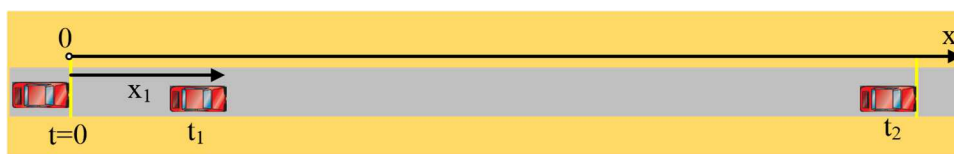
- i) Ποια χρονική στιγμή σταματά η επιτάχυνση του αυτοκινήτου και σε ποια θέση βρίσκεται τότε το αυτοκίνητο.
- ii) Η απόσταση των δύο φαναριών.

Ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β, ξεκινά ταυτόχρονα με το Α και φτάνει στο 2^ο φανάρι μαζί με το Α, αφού επιταχύνθηκε αρχικά με σταθερή επιτάχυνση a_2 για χρονικό διάστημα 10s.

- iii) Με ποια επιτάχυνση κινήθηκε το Β αυτοκίνητο και με ποια ταχύτητα έφτασε στο δεύτερο φανάρι;
- iv) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και για τα δύο αυτοκίνητα, στο ίδιο διάγραμμα.

Απάντηση:

- i) Έστω ότι τη στιγμή t_1 το αυτοκίνητο σταματά να επιταχύνεται, ευρισκόμενο στη θέση x_1 , όπως στο σχήμα, ενώ τη στιγμή $t_2=30\text{s}$ φτάνει στο δεύτερο φανάρι.



Για την επιταχυνόμενη κίνηση ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = a_1 \cdot t \quad (1) \quad \text{και} \quad x_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 \quad (2)$$

Τη στιγμή όμως t_1 το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_1 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{1.000\text{m}}{3.600\text{s}} = 20\text{m/s}$ οπότε από την εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$t_1 = \frac{v_1}{a_1} = \frac{20}{4} \text{s} = 5\text{s}$$

Οπότε με αντικατάσταση στην (2) θα πάρουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 m = 50m$$

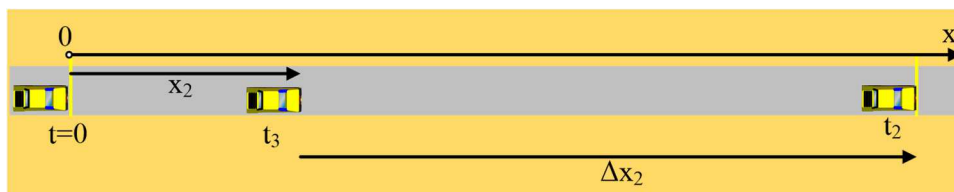
- ii) Μετά τη στιγμή t_1 και μέχρι τη στιγμή $t_2=30s$, το αυτοκίνητο Α κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε μετατοπίζεται κατά:

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t = 20 \cdot (30-5)m = 500m$$

Αλλά τότε η απόσταση d των δύο φαναριών, ίση με την τελική θέση του αυτοκινήτου, είναι:

$$d = x_1 + \Delta x = 50m + 500m = 550m$$

- iii) Το Β αυτοκίνητο επιταχύνεται ομαλά μέχρι τη στιγμή $t_3=10s$, φτάνοντας στη θέση x_2 και στη συνέχεια με σταθερή ταχύτητα μετατοπίζεται κατά Δx_2 , όπως στο σχήμα:



Για την επιταχυνόμενη κίνηση του Β αυτοκινήτου, ισχύουν ξανά οι εξισώσεις:

$$v = a_2 \cdot t \quad \text{και} \quad x_2 = \frac{1}{2} a_2 \cdot t^2$$

Ενώ στη συνέχεια και αυτό θα κινηθεί με σταθερή ταχύτητα και η μετατόπισή του θα είναι ίση με:

$$\Delta x_2 = v_2 \cdot \Delta t = a_2 \cdot t_3 \cdot (t_2 - t_3)$$

Με βάση το παραπάνω σχήμα, βλέπουμε ότι $x_2 + \Delta x_2 = d$, οπότε με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} a_2 \cdot t_3^2 + a_2 \cdot t_3 \cdot (t_2 - t_3) = d \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} a_2 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10 \cdot (30-10) = 550 \rightarrow$$

$$50a_2 + 200a_2 = 550 \quad \text{ή} \quad 250a_2 = 550 \quad \text{ή}$$

$$a_2 = 2,2m/s^2.$$

Αλλά τότε η τελική του ταχύτητα, ίση με την ταχύτητα τη στιγμή t_3 είναι ίση:

$$v_2 = a_2 \cdot t_3 = 2,2 \cdot 10m/s = 22m/s$$

- iv) Με βάση της τιμές ταχύτητας και χρόνου που υπολογίσαμε παραπάνω, οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις είναι αυτές του σχήματος.

