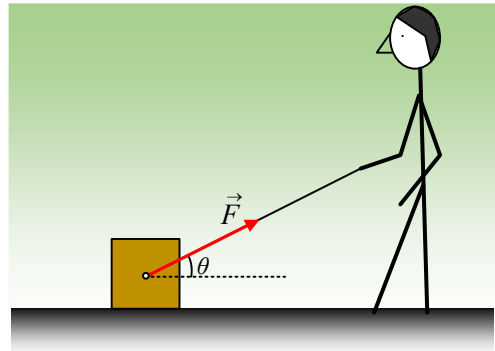


Ασκώντας μια πλάγια δύναμη, τι θα γίνει;

Σε ένα οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,5\text{kg}$. Ένα παιδί δένει το σώμα με ένα νήμα και κάποια στιγμή το τραβάει, ασκώντας πάνω του μια σταθερή δύναμη F , όπως στο σχήμα, όπου το νήμα σχηματίζει με το επίπεδο γωνία θ , για την οποία $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Να εξετασθεί αν το σώμα θα κινηθεί ή όχι και στην περίπτωση κίνησης, να υπολογιστεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει, όταν το μέτρο της ασκούμενης δύναμης είναι:



- i) $F_1=2,5\text{N}$, ii) $F_2=5\text{N}$ και iii) $F_3=10\text{N}$

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το σώμα παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,8$.

Απάντηση:

Το σώμα έχει βάρος $B=mg=0,5 \cdot 10\text{N}=5\text{N}$ και το τι ακριβώς θα κάνει, θα εξαρτηθεί από το μέτρο της ασκούμενης δύναμης.

- i) Έστω ότι το παιδί ασκεί στο σώμα την δύναμη $F_1=2,5\text{N}$. Αναλύοντας την δύναμη σε δυο συνιστώσες, μια οριζόντια και μια κατακόρυφη, θα έχουμε:

$$F_{1x}=F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2,5 \cdot 0,8 \text{ N} = 2\text{N} \text{ και}$$

$$F_{1y}=F_1 \cdot \eta\mu\theta = 2,5 \cdot 0,6 \text{ N} = 1,5\text{N}$$

Παρατηρούμε ότι $F_{1y} < B$, συνεπώς η ασκούμενη δύναμη δεν θα μπορούσε να μετακινήσει προς τα πάνω το σώμα και να το υποχρεώσει να εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο. Έτσι το σώμα παραμένει σε επαφή με το επίπεδο και στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του. Από την ισορροπία του σώματος στην κατακόρυφη διεύθυνση, παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_1 + F_{1y} - B = 0 \rightarrow N_1 = B - F_{1y} = 5\text{N} - 1,5\text{N} = 3,5\text{N}$$

Οπότε η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή ίση με την τριβή ολίσθησης έχει μέτρο:

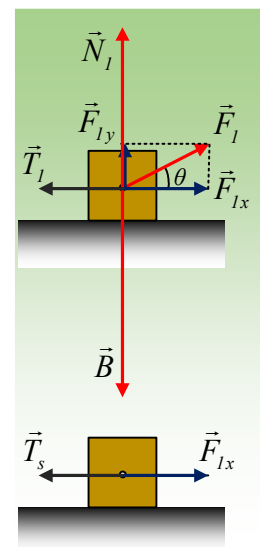
$$T_{op,l} = T_{ol,l} = \mu \cdot N_1 = 0,8 \cdot 3,5\text{N} = 2,8\text{N}$$

Η οριζόντια δύναμη που τείνει να κινηθεί το σώμα είναι η συνιστώσα $F_{1x}=2\text{N}$, συνεπώς στο σώμα θα ασκηθεί στατική τριβή μέτρου $T_s=2\text{N}$ και θα παραμείνει ακίνητο.

- ii) Αναλύουμε ξανά την δύναμη σε δυο συνιστώσες και παίρνουμε:

$$F_{2x}=F_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 5 \cdot 0,8 \text{ N} = 4\text{N} \text{ και}$$

$$F_{2y}=F_2 \cdot \eta\mu\theta = 5 \cdot 0,6 \text{ N} = 3 \text{ N}$$



Παρατηρούμε ότι $F_{2y} < B$, συνεπώς και πάλι η ασκούμενη δύναμη δεν θα μπορούσε να μετακινήσει προς τα πάνω το σώμα και να το υποχρεώσει να εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο. Έτσι το σώμα παραμένει σε επαφή με το επίπεδο και στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του. Από την ισορροπία του σώματος στην κατακόρυφη διεύθυνση, παίρνουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N_2 + F_{2y} - B = 0 \rightarrow N_2 = B - F_{2y} = 5N - 3N = 2N$$

Οπότε η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή ίση με την τριβή ολίσθησης έχει μέτρο:

$$T_{op,2} = T_{ol,2} = \mu \cdot N_2 = 0,8 \cdot 2N = 1,6 N$$

Η οριζόντια δύναμη που τείνει να κινήσει το σώμα είναι η συνιστώσα $F_{2x} = 4N$, μεγαλύτερη από την οριακή στατική τριβή, με αποτέλεσμα το σώμα να επιταχυνθεί οριζόντια και από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma_2 \rightarrow a_2 = \frac{F_{2x} - T_{2,ol}}{m} = \frac{4N - 1,6N}{0,5kg} = 4,8m/s^2.$$

iii) Αναλύουμε ξανά την δύναμη σε δυο συνιστώσες και παίρνουμε:

$$F_{3x} = F_3 \cdot \sin\theta = 10 \cdot 0,8 N = 8N \text{ και}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \eta\mu\theta = 10 \cdot 0,6 N = 6 N$$

Παρατηρούμε ότι $F_{3y} > B$, συνεπώς στην κατακόρυφη διεύθυνση το σώμα θα επιταχυνθεί προς τα πάνω, χάνοντας την επαφή με το οριζόντιο επίπεδο.

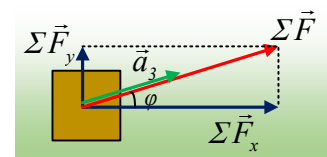
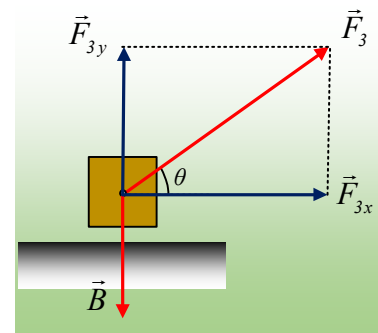
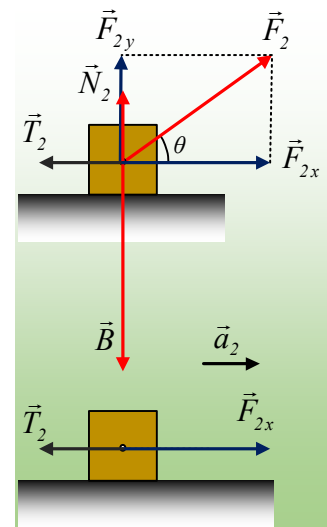
Αλλά τότε το σώμα θα επιταχυνθεί από την συνισταμένη δύναμη, για την οποία έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_y &= F_{3y} - B = 6 N - 5N = 1N \\ \Sigma F_x &= F_{3x} = 8N \end{aligned} \right\} \Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} = \sqrt{8^2 + 1^2} N = \sqrt{65} N$$

Με διεύθυνση που σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , όπου

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{1}{8} = 0,125$$

Με βάση αυτά το σώμα αποκτά επιτάχυνση, ίδιας κατεύθυνσης με τη συνισταμένη δύναμη, όπως στο σχήμα, με μέτρο:



$$\Sigma F = ma_3 \rightarrow a_3 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{\sqrt{65}}{0,5\text{kg}} \approx 16,1\text{m} / \text{s}^2.$$

dmargaris@gmail.com