

---

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ «ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ»

ΤΡΙΩΡΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ: ΚΥΜΑΤΑ-ΣΤΕΡΕΟ

**Θέμα Α**

Στις ερωτήσεις Α1-Α4 να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

**Α1.** Αρμονικό μηχανικό κύμα διαδίδεται σε κάποιο υλικό μέσο. Μήκος κύματος είναι:

- α) η απόσταση κατά την οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.
- β) η απόσταση μεταξύ δύο κορυφών, σ' ένα εγκάρσιο κύμα.
- γ) η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που απέχουν το ίδιο από τη θέση ισορροπίας και κινούνται στην ίδια κατεύθυνση.
- δ) Όλες οι παραπάνω προτάσεις είναι σωστές.

**Μονάδες 5**

**Α2.** Κατά τη διάδοση ενός κύματος η διαφορά φάσης μεταξύ δύο σημείων του μέσου, που ταλαντώνονται εξ αιτίας του κύματος, εξαρτάται:

- α) από την απόσταση μεταξύ των δύο σημείων.
- β) από το είδος του μέσου μέσα στο οποίο διαδίδεται το κύμα.
- γ) από τη συχνότητα του κύματος.
- δ) απ' όλα τα παραπάνω.

**Μονάδες 5**

**Α3.** Δύο σύγχρονες πηγές δημιουργούν αρμονικά κύματα πλάτους  $A$  σε σημεία  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αντίστοιχα της επιφάνειας υγρού. Το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος  $\Pi_1\Pi_2$ :

- α) θα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος που θα εξαρτάται από τη συχνότητα ταλάντωσης των δύο πηγών.
- β) θα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος  $A$ .
- γ) θα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος  $2A$ .
- δ) θα παραμένει ακίνητο.

**Μονάδες 5**

**Α4.** Η γωνιακή ταχύτητα του δευτερολεπτοδείκτη ενός ρολογιού που λειτουργεί σωστά:

- α) είναι  $\omega = \frac{\pi}{30} \text{ rad/s}$
- β) είναι  $\omega = 1 \text{ rad/s}$
- γ) είναι  $\omega = 1^\circ \text{ (μοίρα)/s}$
- δ) εξαρτάται από τον δευτερολεπτοδείκτη

**Μονάδες 5**

**A5.** Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι **σωστή**, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι **λανθασμένη**.

- α) Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται και σε αέρια σώματα.
- β) Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ελαστική χορδή που θεωρούμε ότι είναι ο άξονας x. Όταν η φάση του κύματος ελαττώνεται, καθώς το x αυξάνεται, το κύμα διαδίδεται προς την θετική φορά.
- γ) Ένα υλικό σημείο είναι αδύνατο να περιστρέφεται.
- δ) Όταν ένα στερεό περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του είναι μηδενική.
- ε) Στις περιπτώσεις που ένα στερεό περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χρησιμοποιείται η έννοια της ροπής της δύναμης ως προς σημείο.

**Μονάδες 5**

**Θέμα Β**

**B1.** Δίνεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε χορδή στο διπλανό σχήμα.

Το σημείο  $x=0$  άρχισε να ταλαντώνεται με  $\phi_0=0$  τη στιγμή  $t_0=0$ .

Το στιγμιότυπο αναφέρεται στη χρονική στιγμή  $t_1=(3/16)s$ , κατά την οποία η απομάκρυνση του σημείου  $x=0$  είναι  $y=-A$  για πρώτη φορά.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης ενός σημείου της χορδής, το οποίο ταλαντώνεται, είναι αντίστοιχα:

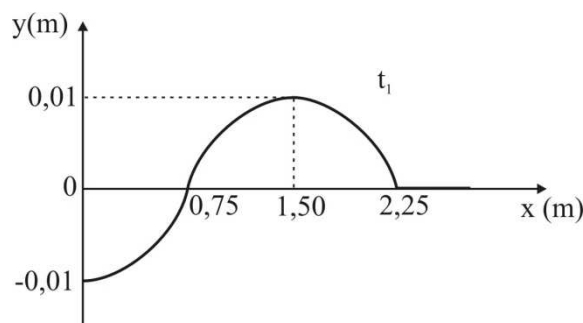
- i. 12 m/s και  $0,08\pi$  m/s
- ii. 6 m/s και  $0,08\pi$  m/s
- iii. 12m/s και  $0,04\pi$  m/s

α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**



**B2.** Ένας δίσκος, αρχικά ακίνητος, μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στη διπλανή γραφική παράσταση.

Από τη στιγμή  $t=0$ , έως τη στιγμή  $7t$ , το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης  $\vec{\alpha}_{γων}$  έχει την ίδια φορά με το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας  $\vec{\omega}$  για συνολικό χρονικό διάστημα:

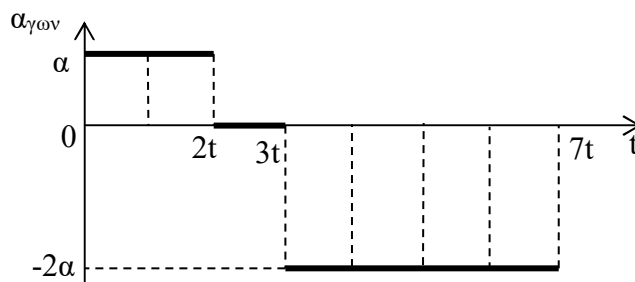
- i.  $2t$
- ii.  $5t$
- iii.  $6t$

α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

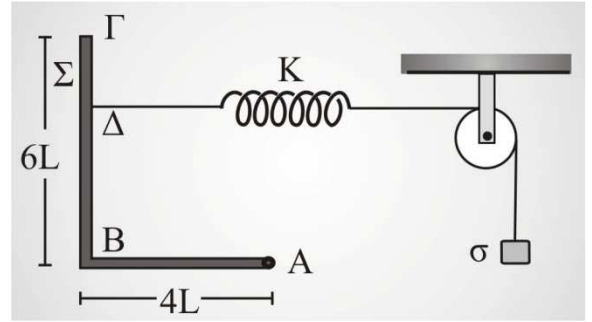
**Μονάδες 2**

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**



**B3.** Το στερεό σώμα  $\Sigma$  του σχήματος αποτελείται από δύο ευθύγραμμες ομογενείς ράβδους με μήκη  $(B\Gamma)=6L$  και  $(AB)=4L$ . Οι ράβδοι έχουν ίσα βάρη  $w$  και έχουν συγκολληθεί σταθερά μεταξύ τους στο  $B$  ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το στερεό  $\Sigma$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό, οριζόντιο άξονα που περνά από το  $A$  και είναι κάθετος στο κατακόρυφο επίπεδο του στερεού  $\Sigma$  που ισορροπεί ακίνητο με την ράβδο  $AB$  οριζόντια.



Το νήμα που είναι συνδεδεμένο στο σημείο  $\Delta$  του στερεού  $\Sigma$  είναι αβαρές και το μήκος του είναι σταθερό. Το νήμα, το ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K$  και η σταθερή τροχαλία από την οποία διέρχεται το νήμα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με το στερεό  $\Sigma$ . Το τμήμα του νήματος μεταξύ του σημείου  $\Delta$  και της τροχαλίας, όπως και το ελατήριο είναι οριζόντια.

Από το ελεύθερο άκρο του κατακόρυφου τμήματος του νήματος κρέμεται σημειακό σώμα  $\sigma$  βάρους  $2w$  και όλο το σύστημα ισορροπεί ακίνητο.

i. Η ενέργεια του ελατηρίου είναι  $\frac{2w^2}{K}$  και  $(B\Delta)=3,5L$ .

ii. Η ενέργεια του ελατηρίου είναι  $\frac{8w^2}{K}$  και  $(B\Delta)=3,5L$ .

iii. Η ενέργεια του ελατηρίου είναι  $\frac{2w^2}{K}$  και  $(B\Delta)=3L$ .

iv. Η ενέργεια του ελατηρίου είναι  $\frac{8w^2}{K}$  και  $(B\Delta)=3L$ .

α) Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Μονάδες 7**

### Θέμα Γ

Αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ελαστική χορδή που θεωρούμε ότι είναι ο άξονας  $x$ . Το άκρο της χορδής  $O$  ( $x=0$ ) αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή  $t=0$  σε διεύθυνση κάθετη στη χορδή σύμφωνα με την εξίσωση  $y=0,06\eta\mu 4\pi t$  (το  $y$  σε  $m$  και το  $t$  σε  $s$ ). Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι  $v=0,48m/s$ .

**Γ1.** Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται στη χορδή.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να υπολογίσετε την απομάκρυνση και την ταχύτητα ενός σημείου  $\Gamma$  της χορδής, που βρίσκεται στη θέση  $x=0,04m$ , τη στιγμή  $t_2=(1/6)s$ .

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ του σημείου  $O$  ( $x=0$ ) και του σημείου  $\Gamma$  τη στιγμή  $t_1=(1/8)s$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να υπολογίσετε πόσο έχει διαδοθεί το κύμα στη χορδή, τη στιγμή που το ευθύγραμμο τμήμα  $O\Gamma$  γίνεται για πρώτη φορά παράλληλο με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος ( $x'x$ ).

**Μονάδες 6**

### Θέμα Δ

Το πάνω άκρο κατακόρυφης ελαστικής χορδής ΟΓ, μήκους  $L$ , αρχίζει να εκτελεί οριζόντια απλή αρμονική ταλάντωση σύμφωνα με την εξίσωση:  $x=0,01\eta\mu 10\pi t$  (S.I.).

Στη χορδή αρχίζει να διαδίδεται κύμα, το οποίο μετά από ανάκλαση στο ελεύθερο κάτω άκρο της κατακόρυφης χορδής επιστρέφει, οπότε μετά από συμβολή δημιουργείται στάσιμο κύμα που δίνεται από την εξίσωση:  $x=0,02\sigma\upsilon\nu(2\pi y)\eta\mu 10\pi t$  (S.I.).

Το πάνω και το κάτω άκρο της χορδής Ο και Γ αντίστοιχα είναι κοιλίες, ενώ σχηματίζονται συνολικά τρεις δεσμοί, όπως στο διπλανό σχήμα. Στη θέση  $y=0$  βρίσκεται η κοιλία του πάνω άκρου της χορδής Ο και τα θετικά του άξονα  $y$  είναι προς τα κάτω.

**Δ1.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στη χορδή.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να γράψετε την εξίσωση του αρχικού κύματος που διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $y$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής  $L$ .

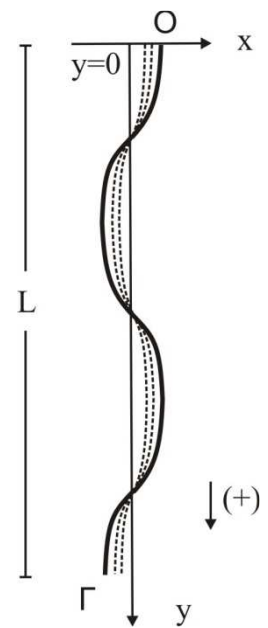
**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του άκρου της χορδής Γ.

**Μονάδες 5**

**Δ5.** Να υπολογίσετε την ελάχιστη συχνότητα ταλάντωσης του άκρου Ο που μπορεί να δώσει σταθερό στάσιμο κύμα στη συγκεκριμένη χορδή, με τα άκρα της να είναι κοιλίες.

**Μονάδες 5**



---

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ «ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣ/ΜΟΥ»  
ΤΡΙΩΡΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ : ΚΥΜΑΤΑ - ΣΤΕΡΕΟ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

A1. (α), A2. (δ), A3. (γ), A4. (α), A5. α) (Λ), β) (Σ), γ) (Σ), δ) (Λ), ε) (Λ)

Θέμα Β

B1. α) Σωστό το (i).

β) Το κύμα διαδίδεται κατά 2,25m σε χρόνο  $t_1 = \frac{3}{16}$  s. Η ταχύτητα διάδοσης είναι:

$$v = \frac{x}{t} \Rightarrow v = \frac{2,25}{\frac{3}{16}} \Rightarrow v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Από το στιγμιότυπο:

$$\frac{3T}{4} = \frac{3}{16} \Rightarrow T = 0,25\text{s} \quad \text{και} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = 8\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι:

$$v_{\max} = \omega A \Rightarrow v_{\max} = 8\pi \cdot 0,01 \Rightarrow v_{\max} = 0,08\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

B2. α) Σωστό το (ii).

β) Από τη στιγμή 0 έως τη στιγμή 2t το στερεό επιταχύνεται, επομένως τα διανύσματα  $\vec{\omega}$  και  $\vec{a}_{\gamma\omega\upsilon}$  έχουν την ίδια φορά. Η γωνιακή ταχύτητα που αποκτά το στερεό είναι:

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\upsilon} \Delta t \Rightarrow \omega = \alpha 2t \Rightarrow \omega = 2\alpha t$$

Από τη στιγμή 2t έως τη στιγμή 3t το στερεό περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Από τη στιγμή 3t το στερεό αρχίζει να επιβραδύνεται. Αλλάζει η φορά της  $\vec{a}_{\gamma\omega\upsilon}$  και γίνεται αντίθετη από την φορά της  $\vec{\omega}$ . Το στερεό θα μείνει στιγμιαία ακίνητο τη στιγμή t'.

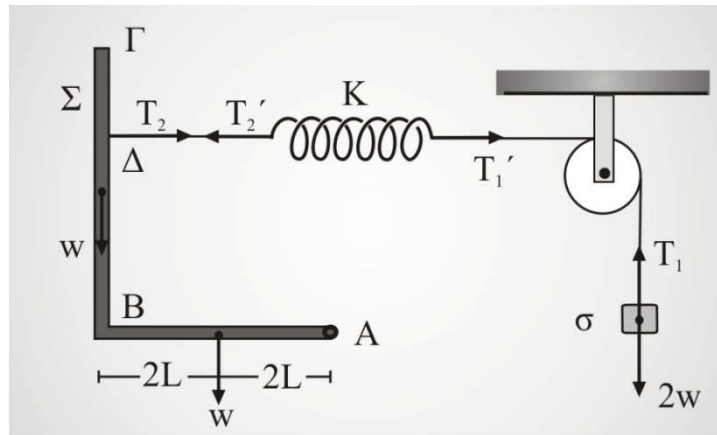
$$0 = \omega - \alpha_{\gamma\omega\upsilon} (t' - 3t) \Rightarrow 0 = 2\alpha t - 2\alpha (t' - 3t) \Rightarrow t' = 4t$$

Από τη στιγμή 4t αλλάζει και η φορά της  $\vec{\omega}$ , επομένως γίνεται ίδια με την φορά της  $\vec{a}_{\gamma\omega\upsilon}$  για χρονικό διάστημα 7t-4t=3t. Το συνολικό χρονικό διάστημα είναι:

$$2t+3t=5t$$

B3. α) Σωστό το (iii).

β)



Το σώμα σ ισορροπεί.

$$\Sigma F=0 \Rightarrow 2w=T_1 \quad (1)$$

Το νήμα και το ελατήριο είναι αβαρή, άρα:

$$T_1=T_1'=T_2'=T_2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T_1=T_1'=T_2'=T_2=2w \text{ και}$$

$$F_{ελ}=T_1'=T_2'=2w \Rightarrow K \Delta \ell = 2w \Rightarrow \Delta \ell = \frac{2w}{K} \quad (2)$$

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} K (\Delta \ell)^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} U_{ελ} = \frac{1}{2} K \left( \frac{2w}{K} \right)^2 \Rightarrow U_{ελ} = \frac{2w^2}{K}$$

Το στερεό Σ ισορροπεί.

$$\Sigma \tau_{(A)}=0 \Rightarrow T_2(B\Delta) = w4L+w2L \Rightarrow 2w(B\Delta) = 6wL \Rightarrow (B\Delta)=3L$$

### Θέμα Γ

**Γ1.** Για το άκρο της χορδής Ο συγκρίνουμε μεταξύ τους τις εξισώσεις:

$$y = A \eta \mu \omega t \text{ και } y = 0,06 \eta \mu 4 \pi t \text{ (S.I.)}$$

Έχουμε:

$$A = 0,06 \text{ m και } \omega = 4 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Επομένως:

$$\omega = 2 \pi f \Rightarrow \frac{\omega}{2 \pi} = f \Rightarrow f = \frac{4 \pi}{2 \pi} \text{ Hz} \Rightarrow f = 2 \text{ Hz και } T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 0,5 \text{ s}$$

$$v_{\delta} = \lambda f \Rightarrow \frac{v_{\delta}}{f} = \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{0,48}{2} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0,24 \text{ m}$$

Η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A \eta \mu 2 \pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow y = 0,06 \eta \mu 2 \pi \left( 2t - \frac{x}{0,24} \right) \text{ (S.I.)}$$

**Γ2.** Για το σημείο Γ τη στιγμή  $t_2$  έχουμε:

$$y_{\Gamma} = 0,06 \eta \mu 2 \pi \left( 2 \frac{1}{6} - \frac{0,04}{0,24} \right) \text{ m} \Rightarrow y_{\Gamma} = 0,06 \eta \mu \frac{\pi}{3} \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{\Gamma} = 0,06 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m} \Rightarrow y_{\Gamma} = 0,03 \sqrt{3} \text{ m}$$

$$v_{\Gamma} = \omega A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow v_{\Gamma} = 4\pi \cdot 0,06 \sin \frac{\pi}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

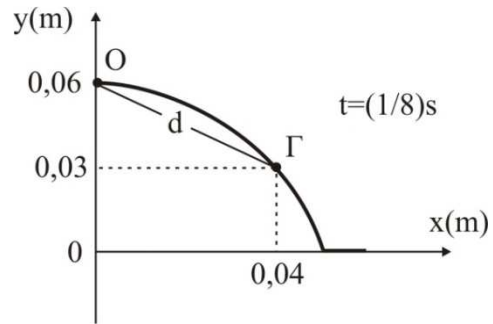
$$\Rightarrow v_{\Gamma} = 4\pi \cdot 0,06 \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\Gamma} = 0,12\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Γ3.** Τη στιγμή  $t_1 = \frac{1}{8} \text{ s}$  οι απομακρύνσεις των Ο και Γ θα είναι αντίστοιχα:

$$y_{\text{O}} = 0,06 \eta \mu 4\pi \frac{1}{8} \Rightarrow y_{\text{O}} = 0,06 \text{ m} \text{ και}$$

$$y_{\Gamma} = 0,06 \eta \mu 2\pi \left( 2 \frac{1}{8} - \frac{0,04}{0,24} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{\Gamma} = 0,06 \eta \mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow y_{\Gamma} = 0,03 \text{ m}$$



Η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων θα είναι:

$$(O\Gamma) = d = \sqrt{(x_{\text{O}} - x_{\Gamma})^2 + (y_{\text{O}} - y_{\Gamma})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{(0 - 0,04)^2 + (0,06 - 0,03)^2} \Rightarrow d = 0,05 \text{ m}$$

**Γ4.** Όταν το ΟΓ γίνει παράλληλο στη διεύθυνση Οx, θα ισχύει:

$$y_{\text{O}} = y_{\Gamma} \Rightarrow 0,06 \eta \mu 4\pi t = 0,06 \eta \mu 2\pi \left( 2t \frac{0,04}{0,24} \right) \Rightarrow \eta \mu 4\pi t = \eta \mu \left( 4\pi t - \frac{\pi}{3} \right) \text{ άρα}$$

$$4\pi t = 2\kappa\pi + 4\pi t - \frac{\pi}{3} \quad \text{ή}$$

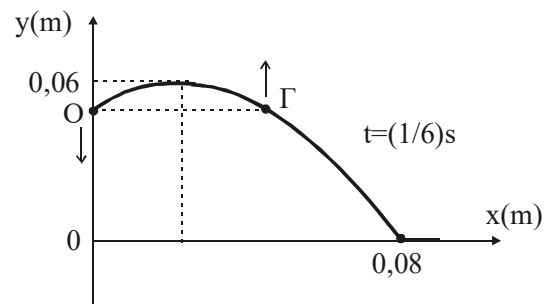
$$4\pi t = 2\kappa\pi + \pi - (4\pi t - \frac{\pi}{3}) \quad (\kappa = 0, 1, 2, \dots)$$

Η πρώτη κατηγορία ριζών είναι αδύνατη, καθώς τις στιγμές που το ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ γίνεται οριζόντιο, τα σημεία Ο και Γ κινούνται με αντίθετες ταχύτητες. Η μικρότερη θετική ρίζα, αφού ζητάμε την πρώτη φορά, είναι:

$$4\pi t = \pi - (4\pi t - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow$$

$$4\pi t = \pi - 4\pi t + \frac{\pi}{3} \Rightarrow 8\pi t = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{6} \text{ s}$$

$$v_{\delta} = \frac{x}{t} \Rightarrow v_{\delta} \cdot t = x \Rightarrow x = 0,48 \cdot \frac{1}{6} \text{ m} \Rightarrow x = 0,08 \text{ m}$$



## Θέμα Δ

Δ1. Συγκρίνουμε μεταξύ τους τις εξισώσεις:

$$x = A\eta\mu\omega t \text{ και } x = 0,01\eta\mu 10\pi t \text{ (S.I.)}$$

Έχουμε:

$$A = 0,01\text{m και } \omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Επομένως:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \frac{\omega}{2\pi} = f \Rightarrow f = 5\text{Hz και } T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = 0,2\text{s}$$

Συγκρίνουμε μεταξύ τους τις εξισώσεις:

$$x = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{y}{\lambda} \eta\mu 2\pi \frac{t}{T} \text{ και } x = 0,02\sigma\upsilon\nu(2\pi y)\eta\mu 10\pi t \text{ (S.I.)}$$

Έχουμε:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \Rightarrow \lambda = 1\text{m και } v_{\delta} = \lambda f \Rightarrow v_{\delta} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δ2. Η εξίσωση του αρχικού κύματος θα είναι:

$$x = A\eta\mu 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) \Rightarrow x = 0,01\eta\mu 2\pi(5t - y) \text{ (S.I.)}$$

Δ3. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών ή κοιλιών είναι  $\frac{\lambda}{2}$ . Από το σχήμα το μήκος της χορδής θα είναι:

$$L = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} \Rightarrow L = 1,5\text{m}$$

Δ4. Η θέση του άκρου Γ είναι  $y = 1,5\text{m}$ .

$$x = 0,02\sigma\upsilon\nu(2\pi \cdot 1,5)\eta\mu 10\pi t \Rightarrow x = 0,02(-1)\eta\mu 10\pi t \Rightarrow x = -0,02\eta\mu 10\pi t \text{ (S.I.)}$$

Δ5. Η ταχύτητα διάδοσης μένει σταθερή. Η συχνότητα γίνεται ελάχιστη, όταν το μήκος κύματος γίνει μέγιστο. Η χορδή θα έχει τη μορφή του διπλανού σχήματος.

Το μέγιστο μήκος κύματος θα είναι:

$$L = \frac{\lambda_{\max}}{4} + \frac{\lambda_{\max}}{4} \Rightarrow \lambda_{\max} = 3\text{m}$$

$$v_{\delta} = \lambda_{\max} f_{\min} \Rightarrow f_{\min} = \frac{5}{3} \text{Hz}$$

