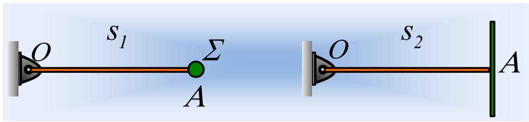
Αντί για υλικό σημείο μια ράβδος

Μια ομογενής δοκός μάζας m και μήκους l μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Ο.

Α) Στο άλλο άκρο της Α προσδένεται ένα σώμα Σ της ίδιας μάζας m, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο. Το στερεό s_1 που δημιουργείται φέρεται σε θέση, που η ράβδος είναι οριζόντια.

Β) Στο άκρο της Α προσδένεται μια ράβδος μάζας m και μήκους l_1, κάθετα στη δοκό ΟΑ, όπως στο 2ο σχήμα, δημιουργώντας το στερεό s_2. Συγκρατείται και αυτό σε θέση με οριζόντια τη δοκό.



Τα δυο στερεά αφήνονται να κινηθούν.

i) Μεγαλύτερη (μέγιστη) κινητική ενέργεια θα αποκτήσει:

α) το στερεό s_1.

β) το στερεό s_2.

γ) Θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

ii) Μεγαλύτερη (μέγιστη) γωνιακή ταχύτητα θα αποκτήσει:

α) το στερεό s_1.

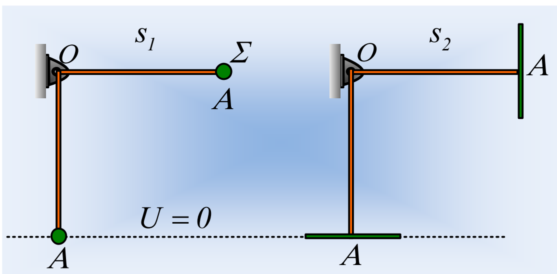
β) το στερεό s_2.

γ) Θα αποκτήσουν ίσες γωνιακές ταχύτητες.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Τα στερεά επιταχύνονται για όσο χρόνο οι ροπές των δύο βαρών προκαλούν γωνιακή επιτάχυνση. Συνεπώς η μέγιστη κινητική ενέργεια εμφανίζεται στη θέση όπου η δοκός ΟΑ είναι κατακόρυφη.



Θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το άκρο Α της δοκού, στην κατακόρυφη θέση παίρνουμε από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσης:

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\rightarrow$$

$$0 + mg\ell + mg\ell = K_{max} + mg\frac{\ell}{2} \rightarrow$$

$$K_{max} = \frac{3}{2}mg\ell$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια δεν εξαρτάται από το αν έχουμε υλικό σημείο ή ράβδο στο άκρο Α της δοκού. Σωστό το γ).

ii) Η κινητική ενέργεια κάθε στερεού δίνεται από την εξίσωση $K_{max} = \frac{1}{2}I\omega^2$. Έτσι παίρνουμε:

$$K_{s1,max} = \frac{1}{2}I_{s1}\omega_1^2 = \frac{1}{2}\left(I_\delta + m\ell^2\right)\cdot\omega_1^2$$

$$K_{s2,max} = \frac{1}{2}I_{s2}\omega_2^2 = \frac{1}{2}\left[I_\delta + \left(I_{\rho,cm} + m\ell^2\right)\right]\cdot\omega_2^2$$

Τα πρώτα μέλη ίσα, οπότε:

$$\omega_2^2 = \frac{\left(I_\delta + m\ell^2\right)}{\left(I_\delta + I_{\rho,cm} + m\ell^2\right)}\omega_1^2 \rightarrow \omega_2 < \omega_1$$

Με άλλα λόγια το στερεό s_2 θα αποκτήσει μικρότερη γωνιακή ταχύτητα, αφού εμφανίζει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας. Σωστό το α).

dmargaris@gmail.com