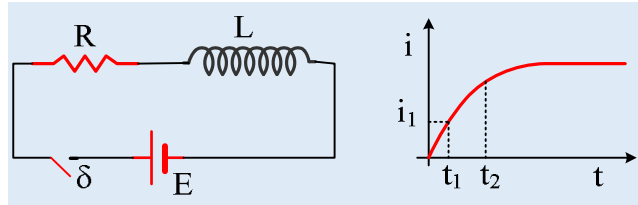


Μικρή ή μεγάλη κλίση. Από τι εξαρτάται.

- 1) Στο κύκλωμα του σχήματος, το πηνίο είναι ιδανικό και ο διακόπτης ανοικτός. Κάποια στιγμή $t=0$, κλείνουμε τον διακόπτη, οπότε για την ένταση του ρεύματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνουμε το διάγραμμα του σχήματος.



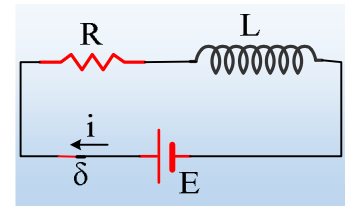
- i) Η κλίση της καμπύλης $i=f(t)$ την στιγμή t_1 είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη κλίση τη στιγμή t_2 . Γιατί συμβαίνει αυτό;
- ii) Αν το πηνίο είχε μεγαλύτερη αυτεπαγωγή, το ηλεκτρικό ρεύμα θα έπαιρνε την τιμή i_1 την χρονική στιγμή t_3 , για την οποία ισχύει:

$$\alpha) t_1 < t_3, \quad \beta) t_1 = t_3, \quad \gamma) t_1 > t_3.$$

Απάντηση:

- i) Με κλειστό το διακόπτη και πριν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, ισχύει για το κύκλωμα ο 2^{ος} κανόνας του Kirchhoff:

$$E - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$



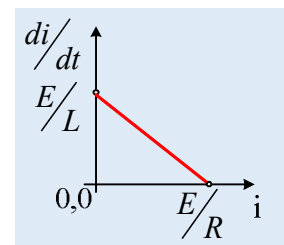
Λύνοντας ως προς το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος παίρνουμε:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - iR}{L} = \frac{E}{L} - \frac{R}{L} i \quad (2)$$

Από την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι με την αύξηση της έντασης του ρεύματος η κλίση μειώνεται, συνεπώς την στιγμή t_1 που έχουμε μικρότερη ένταση, σε σχέση με την ένταση τη στιγμή t_2 , η καμπύλη θα παρουσιάζει μεγαλύτερη κλίση.

Σχόλιο:

Αν κάναμε την γραφική παράσταση της σχέσης (2) θα παίρναμε το διπλανό διάγραμμα, όπου δείχνει φανερά το τι συμβαίνει...

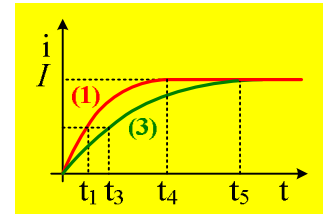


- ii) Αν είχαμε πηνίο με μεγαλύτερο συντελεστή αυτεπαγωγής και κλείναμε το διακόπτη η ένταση του ρεύματος θα αυξανόταν για να σταθεροποιηθεί στην ίδια μέγιστη τιμή $I = \frac{E}{R}$. Αλλά για την στιγμή που η ένταση γίνεται ίση με την i_1 , από την εξίσωση (2):

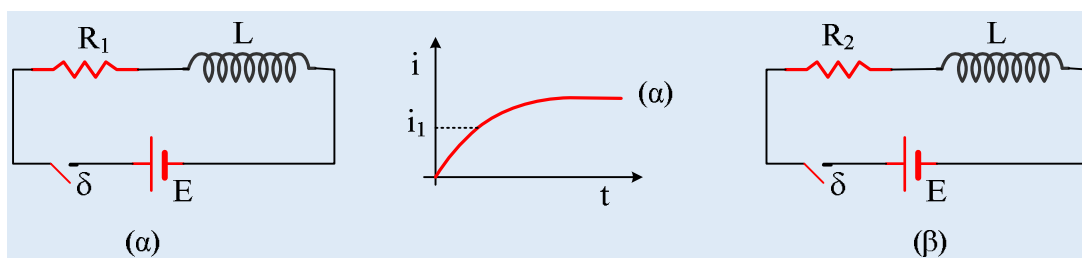
$$\left(\frac{di}{dt}\right) = \frac{E - i_1 R}{L}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι ο ρυθμός μεταβολής της έντασης το ρεύματος, είναι αντιστρόφως ανάλογος προς τον συντελεστή αυτεπαγωγής. Συνεπώς η αύξηση του L, οδηγεί σε μείωση της κλίσης, με αποτέλεσμα να χρειαστεί περισσότερο χρόνο για να φτάσει η ένταση στην τιμή i_1 . Σωστό το α) $t_1 < t_3$.

Αν σχεδιάζαμε στο ίδιο διάγραμμα $i=f(t)$ την καμπύλη, θα παίρναμε την πράσινη γραμμή (3), όπου υποστηρίζει την παραπάνω επιλογή. Αξίζει να διαπιστώσουμε ότι στην περίπτωση αυτή, ο χρόνος που θα απαιτηθεί για την αποκατάσταση του ρεύματος εξαρτάται από τον συντελεστή αυτεπαγωγής και αυξάνεται, όταν αυξάνεται ο συντελεστής...



2) Στο κύκλωμα (α) του σχήματος, το πηνίο είναι ιδανικό και ο διακόπτης ανοικτός. Κάποια στιγμή $t=0$, κλείνουμε τον διακόπτη, οπότε για την ένταση του ρεύματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, παίρνουμε το διάγραμμα του μεσαίου σχήματος.

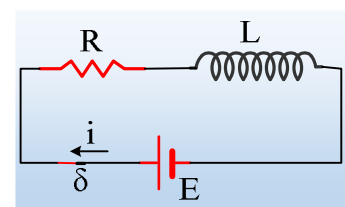


- i) Αν αντικαταστήσουμε την αντίσταση R_1 με άλλη R_2 , όπου $R_2 < R_1$, παίρνοντας το (β) κύκλωμα. Να συγκριθούν οι δυο ρυθμοί μεταβολής της έντασης του ρεύματος, για τα κυκλώματα (α) και (β), όταν η ένταση του ρεύματος πάρει την τιμή i_1 .
- ii) Να σχεδιάσετε πάνω στο ίδιο διάγραμμα, την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το (β) κύκλωμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απάντηση:

- i) Με κλειστό το διακόπτη σε ένα τέτοιο κύκλωμα και πριν σταθεροποιηθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, ισχύει για το κύκλωμα ο 2^{ος} κανόνας του Kirchhoff:

$$E - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$



Λύνοντας ως προς το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος παίρνουμε:

$$\frac{di}{dt} = \frac{E - iR}{L} = \frac{E}{L} - \frac{i_1}{L} R \quad (2)$$

Αλλά τότε για τους δύο ρυθμούς μεταβολής της έντασης, θα έχουμε:

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_\alpha = \frac{E}{L} - \frac{i_1}{L} R_1 \quad \text{και} \quad \left(\frac{di}{dt}\right)_\beta = \frac{E}{L} - \frac{i_1}{L} R_2$$

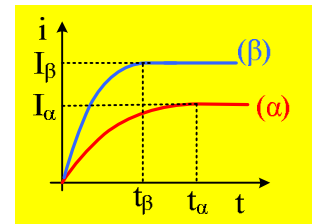
Με αφαίρεση κατά μέλη των παραπάνω σχέσεων παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \left(\frac{di}{dt}\right)_\alpha - \left(\frac{di}{dt}\right)_\beta &= \frac{E}{L} - \frac{i_1}{L} R_1 - \frac{E}{L} + \frac{i_1}{L} R_2 = \frac{i_1}{L} (R_2 - R_1) \xrightarrow{R_1 > R_2} \\ \left(\frac{di}{dt}\right)_\alpha - \left(\frac{di}{dt}\right)_\beta &< 0 \rightarrow \left(\frac{di}{dt}\right)_\alpha < \left(\frac{di}{dt}\right)_\beta \end{aligned}$$

ii) Η παραπάνω ανισότητα μας λέει ότι στο (β) κύκλωμα η κλίση της καμπύλης, για την ίδια ένταση του ρεύματος, θα έχει μεγαλύτερη κλίση. Η καμπύλη δηλαδή για το (β) κύκλωμα θα είναι πιο απότομη.

Εξάλλου η ένταση του ρεύματος σταθεροποιείται σε μέγιστες τιμές:

$$\begin{aligned} I_\alpha &= \frac{E}{R_1} \quad \text{και} \quad I_\beta = \frac{E}{R_2} \xrightarrow{R_1 > R_2} \\ I_\alpha &< I_\beta \end{aligned}$$



Με βάση αυτά χαράσσουμε την καμπύλη $i=f(t)$, με μπλε χρώμα, όπως στο διπλανό διάγραμμα, όπου t_α και t_β οι χρονικές στιγμές όπου σταθεροποιείται η ένταση του ρεύματος στα δυο κυκλώματα.

Σχόλιο:

Χωρίς να πάμε σε μαθηματικές εξισώσεις και σκεπτόμενοι μόνο ποιοτικά, με βάση τα δύο παραπάνω παραδείγματα, φαίνεται ότι ο χρόνος αποκατάστασης του ρεύματος εξαρτάται από τον συντελεστή αυτεπαγωγής ($L \uparrow$ τότε και $t_{ολ} \uparrow$) και από την τιμή της αντίστασης ($R \uparrow$ τότε $t_{ολ} \downarrow$). Αποδεικνύεται ότι η τιμή της ΗΕΔ της πηγής δεν παίζει κάποιο ρόλο στο χρόνο αυτό...

dmargaris@gmail.com