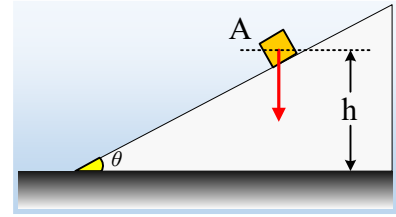


Ένα σώμα σε κεκλιμένο επίπεδο

Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ τοποθετείται στο σημείο Α ενός κεκλιμένου επιπέδου, σε ύψος $h=1,2\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι $\mu=7/8$, ενώ θεωρούμε ότι η μέγιστη τριβή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή, έχει μέτρο ίσο με την τριβή ολίσθησης, τότε:

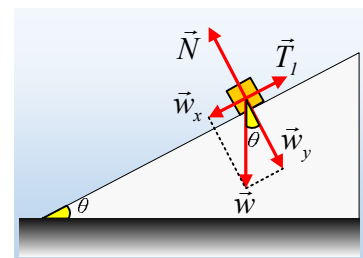


- i) Να εξετάσετε αν το σώμα θα ολισθήσει προς τα κάτω, υπολογίζοντας και το μέτρο της ασκούμενης τριβής στο σώμα.
- ii) Αν το σώμα, εκτοξευθεί από το σημείο Α προς τα κάτω κατά μήκος του επιπέδου, με ταχύτητα μέτρου $v_0=2,5\text{m/s}$:
 - α) Να βρεθεί η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί;
 - β) Σε πόσο χρόνο θα φτάσει στο οριζόντιο επίπεδο;
 - γ) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος, την στιγμή που φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνονται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ για την γωνία θ του κεκλιμένου επιπέδου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, μόλις τοποθετηθεί στο κεκλιμένο επίπεδο. Αναλύοντας το βάρος σε δυο συνιστώσες, μια παράλληλη και μια κάθετη στην επιφάνεια, θα έχουμε (η γωνία μεταξύ w και w_y είναι ίση με την γωνία του κεκλιμένου επιπέδου θ , αφού έχουμε δύο οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές):



$$\eta\mu\theta = \frac{w_x}{w} \rightarrow w_x = mg\eta\mu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0,6\text{N} = 12\text{N}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{w_y}{w} \rightarrow w_y = mg\sigma\upsilon\nu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0,8\text{N} = 16\text{N}$$

Το σώμα ισορροπεί στην κάθετη προς το επίπεδο διεύθυνση, οπότε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w_y = 16\text{N}$$

Ενώ αντίθετα το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω, εξαιτίας της συνιστώσας w_x , αλλά τότε θα ασκηθεί πάνω του δύναμη τριβής, αντίθετης κατεύθυνσης. Τι τριβή είναι αυτή; Στατική ή τριβή ολίσθησης;

Υπολογίζουμε την μέγιστη στατική τριβή, που μπορεί να ασκηθεί (εδώ αυτή είναι ίση και με την τριβή ολίσθησης, με βάση τα δεδομένα):

$$T_{s,max} = T_{op} = \mu N = \frac{7}{8} 16\text{N} = 14\text{N}$$

Αλλά αφού η συνιστώσα w_x έχει μέτρο 12N , τότε η τριβή θα πάρει τιμή 12N , θα ασκηθεί δηλαδή στατική

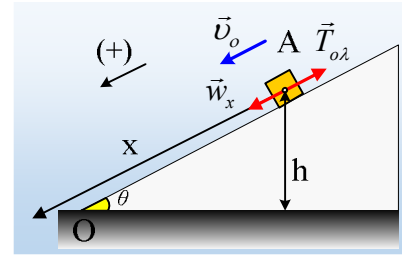
τριβή μέτρου:

$$T_f = w_x = 12\text{N}$$

ii) Αν το σώμα εκτοξευθεί προς τα κάτω, τότε η τριβή θα είναι τριβή ολίσθησης, μέτρου 14N.

α) Θεωρώντας την προς τα κάτω κατεύθυνση ως θετική, από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= ma \rightarrow w_x - T_{ολ} = ma \rightarrow \\ a &= \frac{w_x - T_{ολ}}{m} = \frac{12\text{N} - 14\text{N}}{2\text{kg}} = -1\text{m/s}^2 \end{aligned}$$



β) Αφού το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση, η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιβραδυνόμενη αφού ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν αντίθετες κατευθύνσεις), οπότε θεωρώντας την θέση εκτόξευσης A, ως αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x, θα έχουμε τα εξίσωσεις:

$$v = v_o + at \quad (1) \quad x = v_o t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

Τη στιγμή που το σώμα φτάνει στο σημείο O, στο οριζόντιο επίπεδο, θα έχει μετατοπισθεί κατά x_1 , όπου:

$$\eta\mu\theta = \frac{h}{x_1} \rightarrow x_1 = \frac{h}{\eta\mu\theta} = \frac{1,2\text{m}}{0,6} = 2\text{m}$$

Με αντικατάσταση στην εξίσωση (2) θα πάρουμε την δευτεροβάθμια εξίσωση (μονάδες στο S.I.):

$$\begin{aligned} x &= v_o t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow 2 = 2,5t + \frac{1}{2} (-1)t^2 \rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \rightarrow \\ t &= \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \text{s} \end{aligned}$$

Άρα παίρνουμε δύο τιμές $t_1=1\text{s}$ και $t_2=4\text{s}$. Ποια από τις δύο τιμές θα πάρουμε και γιατί απορρίπτουμε την άλλη; Η λύση μας είναι η πρώτη $t_1=1\text{s}$, όπου το σώμα φτάνει στο O. Η 2^η λύση απορρίπτεται αφού παραπέμπει σε πέραμα από το O, για 2^η φορά αν το σώμα συνέχιζε την κίνησή του σταματούσε σε κάποιο σημείο και μετά με την επίδραση δύναμης 14N με φορά προς τα πάνω επέστρεφε στο O. Προφανώς κάτι τέτοιο δεν μπορεί να συμβεί! Πέρα από το ότι ...τέλειωσε το κεκλιμένο επίπεδο και αν υπήρχε συνέχεια, μόλις μηδενιζόταν η ταχύτητα, το σώμα δεν θα επέστρεφε, αφού η τριβή θα μετατρέποταν σε στατική, ίδιας κατεύθυνσης και το σώμα θα ισορροπούσε.

γ) Με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) $t=1\text{s}$ παίρνουμε:

$$v_1 = v_o + at_1 = 2,5\text{m/s} + (-1) \cdot 1\text{m/s} = 1,5\text{m/s}$$

dmargaris@gmail.com