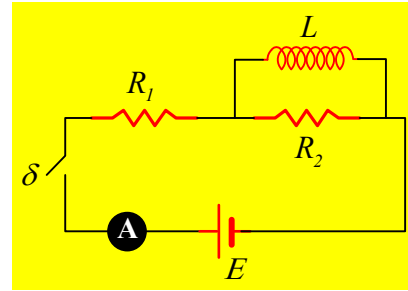


Το πηνίο σε παράλληλη σύνδεση με αντίσταση

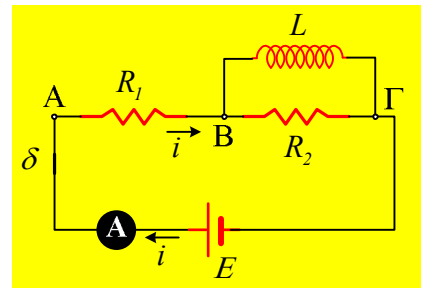
Η πηγή στο διπλανό κύκλωμα έχει ΗΕΔ $E=30V$ και μηδενική εσωτερική αντίσταση, για τους δυο αντιστάτες $R_1=6\Omega$ και $R_2=4\Omega$, ενώ το ιδανικό πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,4 H$ και ο διακόπτης δ είναι ανοικτός. Σε μια στιγμή $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη.



- i) Για την στιγμή αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη ($t=0^+$) ζητούνται:
 - α) Η ένδειξη του ιδανικού αμπερομέτρου.
 - β) Η ΗΕΔ λόγω αυτεπαγωγής στο πηνίο.
 - γ) Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο.
- ii) Μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 η ένδειξη του αμπερομέτρου σταθεροποιείται στην τιμή I_1 .
 - α) Να υπολογιστεί η σταθερή αυτή ένταση του ρεύματος.
 - β) Σε μια επόμενη στιγμή t_2 ανοίγουμε το διακόπτη. Να υπολογιστεί η θερμότητα που θα παραχθεί σε κάθε αντιστάτη, μετά το άνοιγμα του διακόπτη.

Απάντηση:

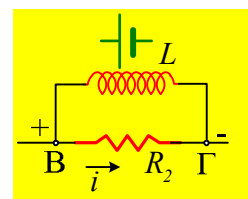
- i) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, λόγω αυτεπαγωγής, το πηνίο δεν θα διαρρέεται από ρεύμα (αν προτιμάτε, το πηνίο θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα ξεκινώντας από μηδενική τιμή έντασης), αλλά τότε στο σημείο B δεν θα υπάρχει κάποια διακλάδωση για το ρεύμα, με αποτέλεσμα όση είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R_1 , να διαρρέει και την αντίσταση R_2 .



- α) Αλλά τότε οι δυο αντιστάσεις συνδέονται σε σειρά και η αρχική ένταση του ρεύματος που τους διαρρέει, θα είναι:

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{30V}{6\Omega + 4\Omega} = 3A$$

- β) Μπορεί η ένταση του ρεύματος στο πηνίο να είναι μηδενική, αλλά δεν είναι μηδενικός ο ρυθμός μεταβολής της έντασης (όπως ένα αυτοκίνητο τη στιγμή που ξεκινά έχει μηδενική ταχύτητα, αλλά έχει επιτάχυνση μη μηδενική), οπότε στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ λόγω αυτεπαγωγής! Άλλωστε υπάρχει τάση $V_{B\Gamma}$, όση είναι η τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 και ίδια είναι και η τάση στα άκρα του πηνίου. Αλλά $V_B > V_\Gamma$ αφού $V_{B\Gamma} = I_0 \cdot R_2 = 3A \cdot 4\Omega = 12V$, οπότε η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχει την πολικότητα του σχήματος, με θετικό πόλο το άκρο B. Συνεπώς $|E_{\text{αυτ}}| = 12V$.



Αν τώρα λάβουμε υπόψη τον κανόνα του Lenz, βλέπουμε ότι η ΗΕΔ αυτή έχει αντίθετη πολικότητα από την πηγή E και τείνει να δώσει ρεύμα αντίθετης φοράς, από το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα.

Έτσι αφού πήραμε $E=30V$, πρέπει να πάρουμε:

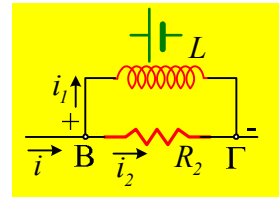
$$E_{\text{αυτ}} = -L \frac{di_l}{dt} = -12V \quad (1)$$

Όπου $\frac{di_l}{dt}$ ο ρυθμός μεταβολής της έντασης που διαρρέει το πηνίο.

γ) Από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$-L \frac{di_l}{dt} = -12V \rightarrow \frac{di_l}{dt} = \frac{12V}{L} = \frac{12V}{0,4H} = 30 \text{ A/s}$$

Η θετική τιμή του παραπάνω ρυθμού δείχνει ότι το πηνίο θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα με «θετική φορά», ίδια με την φορά του ρεύματος που διαρρέει το υπόλοιπο κύκλωμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Με άλλα λόγια, η ένταση i του ρεύματος που περνά από το αμπερόμετρο, φτάνοντας στο κόμβο B διακλαδίζεται σε i_1 που διαρρέει το πηνίο και i_2 ένταση που διαρρέει την αντίσταση R_2 .



Αξίζει να προσέξουμε ότι η ένταση i_1 έχει αντίθετη φορά από το ρεύμα που το πηνίο «τέίνει να δώσει», λόγω πολικότητας της $E_{\text{αυτ}}$. Πράγμα που σημαίνει ότι το πηνίο απορροφά ενέργεια από το κύκλωμα (από το ρεύμα) αποθηκευόντάς την με την μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του.

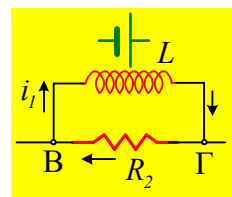
ii) Η ένδειξη του αμπερομέτρου σταθεροποιείται, όταν σταματήσουν τα φαινόμενα αυτεπαγωγής, οπότε και $E_{\text{αυτ}}=0!$ Αλλά τότε και $V_{B\Gamma}=0$.

α) Αφού $V_{B\Gamma}=0$ η αντίσταση R_2 είναι ουσιαστικά βραχυκυκλωμένη (σαν να αντικαθιστούμε το πηνίο με ένα σύρμα χωρίς αντίσταση), οπότε από το νόμο του Ohm σε κλειστό κύκλωμα, παίρνουμε:

$$I_l = \frac{E}{R_l} = \frac{30V}{6\Omega} = 5A$$

β) Αξίζει να προσέξουμε ότι η τιμή του ρεύματος 5 A που υπολογίσαμε παραπάνω,

δεν περνά από την αντίσταση R_2 , αλλά περνά από το πηνίο. Έτσι μόλις την στιγμή t_2 ανοίξουμε το διακόπτη, προφανώς το κύκλωμα με την πηγή και το αμπερόμετρο ανοίγει και παύει να διαρρέεται από ρεύμα και δεν πρόκειται να παραχθεί θερμότητα στην αντίσταση R_1 .



Αλλά το πηνίο έχει αποθηκευμένη ενέργεια στο εσωτερικό του καθώς διαρρέεται από ρεύμα. Έτσι θα εμφανιστεί πάνω του ΗΕΔ από επαγωγή η οποία, έχοντας αντίθετη πολικότητα από πριν, τείνει να διατηρήσει την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο. Αλλά τότε στον βρόχο πηνίου -αντίστασης R_2 θα έχουμε ρεύμα, με φορά όπως στο σχήμα, το πηνίο θα λειτουργεί σαν πηγή και η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου θα μετατραπεί σε θερμότητα στην αντίσταση R_2 :

$$Q_{R_2} = U_L = \frac{1}{2} LI_l^2 = \frac{1}{2} 0,4 \cdot 5^2 J = 5J$$