

Κλασσική θεωρία και φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Ένας λαμπτήρας πυρακτώσεως ισχύος 100W, εκπέμπει μόνο το 8% σε φωτεινή (ορατή) ακτινοβολία. Δεχόμαστε ότι η εκπεμπόμενη φωτεινή ενέργεια αντιστοιχεί σε φως με μήκος κύματος $\lambda=600\text{nm}$. Ο λαμπτήρας συγκρατείται σε απόσταση $R=2\text{m}$, από μια μεταλλική επιφάνεια, εμβαδού $A=3,14\text{ cm}^2$, με την επιφάνεια αυτή, κάθετη στην απόσταση R .

- i) Πόση ενέργεια προσπίπτει ανά δευτερόλεπτο στην μεταλλική επιφάνεια και πόση ενέργεια μπορεί να απορροφήσει ανά δευτερόλεπτο ένα άτομο του μετάλλου, στην επιφάνεια της πλάκας, δεχόμενοι ομοιόμορφη σφαιρική εκπομπή φωτός από τον λαμπτήρα;
- ii) Με δεδομένο ότι η ενέργεια που θα απορροφήσει το άτομο, θα χρησιμοποιηθεί για την απομάκρυνση ενός ηλεκτρονίου του, με αποτέλεσμα να έχουμε εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων από την μεταλλική επιφάνεια, να υπολογιστεί το χρονικό διάστημα φωτισμού του ατόμου, για να έχουμε εξαγωγή ενός ηλεκτρονίου, σύμφωνα με την κλασσική θεωρία. Θεωρούμε ότι το άτομο απορροφά όλη την ενέργεια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που προσπίπτει πάνω του.
- iii) Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία το φως αποτελείται από φωτόνια. Πόσα φωτόνια προσπίπτουν στην επιφάνεια της πλάκας ανά δευτερόλεπτο; Να συγκριθεί το πλήθος των φωτονίων αυτών, με τον πληθυσμό της Γης, ο οποίος υπολογίζεται στα 8 δισεκατομμύρια.
- iv) Αφού αποδείξετε ότι το φως της παραπάνω λάμπας, μπορεί να προκαλέσει εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων από την μεταλλική πλάκα, να υπολογισθούν:
 - α) η μέγιστη κινητική ενέργεια σε eV, την οποία μπορεί να έχουν τα εξερχόμενα ηλεκτρόνια.
 - β) ο χρόνος που απαιτείται να φωτισθεί η μεταλλική πλάκα, ώστε να αρχίσει η εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων.

Δίνεται το έργο εξαγωγής του μετάλλου $\phi=1,86\text{eV}$, η ατομική ακτίνα του υλικού της μεταλλικής πλάκας $r=2,6\cdot 10^{-10}\text{m}$, $h=6,63\cdot 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}$, $c=3\cdot 10^8\text{m/s}$ και $1\text{eV}=1,6\cdot 10^{-19}\text{J}$.

Απάντηση:

- i) Αν πάρουμε μια σφαίρα ακτίνας $R=2\text{m}$, στο κέντρο της οποίας τοποθετούμε την λάμπα, την οποία θεωρούμε σημειακή, τότε η ενέργεια ανά μονάδα επιφανείας και ανά μονάδα χρόνου, που φτάνει στην επιφάνεια της σφαίρας αυτής, ονομάζεται ένταση της ακτινοβολίας και θα είναι ίση:

$$I = \frac{E}{dS \cdot dt} = \frac{P}{dS} = \frac{P_\lambda}{4\pi R^2} = \frac{100\text{W}}{4\pi \cdot 2^2 \text{m}^2} = \frac{25}{4\pi} \text{W/m}^2$$

Αλλά τότε η ενέργεια που προσπίπτει ανά δευτερόλεπτο στην επιφάνεια της μεταλλικής πλάκας εμβαδού A , θα είναι ίση:

$$W_1 = I \cdot A \cdot \Delta t = \frac{25}{4\pi} \text{W/m}^2 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{m}^2 \cdot 1\text{s} = 6,25 \cdot 10^{-4} \text{J}$$

Ενώ η αντίστοιχη ενέργεια που προσπίπτει σε ένα κύκλο ακτίνας r , όση είναι η επιφάνεια που καλύπτει

ένα άτομο του υλικού της πλάκας, θα είναι ίση:

$$W_2 = I \cdot S_2 \cdot \Delta t = I \cdot \pi r^2 \cdot \Delta t = \frac{25 \text{ W}}{4\pi \text{ m}^2} \cdot \pi \cdot (2,6 \cdot 10^{-10})^2 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ s} = 4,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow$$

$$W_2 = \frac{4,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J / eV}} = 2,6 \text{ eV}$$

ii) Αν σε κάθε δευτερόλεπτο το άτομο απορροφά ενέργεια $4,2 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,6 \text{ eV}$, τότε για να απορροφήσει ενέργεια ίση με το έργο εξαγωγής, θα απαιτηθεί χρόνος:

$$t_1 = \frac{\varphi}{W_2} = \frac{1,86 \text{ eV}}{2,6 \text{ eV / s}} \approx 0,7 \text{ s}$$

iii) Η ισχύς που εκπέμπεται σαν φωτεινή (ορατή) ακτινοβολία, με (μέσο) μήκος κύματος λ , είναι ίση με το 8% της ολικής ισχύος, συνεπώς έχει τιμή $P_1 = 0,08P = 8W$, αλλά τότε και η ενέργεια που πέφτει στην μεταλλική επιφάνεια θα είναι το 8% της ενέργειας W_1 δηλαδή:

$$W_\lambda = 0,08 \cdot 6,25 \cdot 10^{-4} \text{ J} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Όμως η παραπάνω ενέργεια μεταφέρεται από N φωτόνια, με το καθένα να έχει ενέργεια $E_\varphi = hf$, όπου:

$$E_\varphi = hf = h \frac{c}{\lambda} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} \text{ J} = 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,06 \text{ eV} \quad (1)$$

$$W_\lambda = N_\varphi E_\varphi \rightarrow N_\varphi = \frac{W_\lambda}{E_\varphi} = \frac{0,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}}{3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ φωτόνια!}$$

Αν διαιρέσουμε τον αριθμό των φωτονίων N_φ με τον πληθυσμό της Γης N_α θα πάρουμε:

$$N_1 = \frac{N_\varphi}{N_\alpha} = \frac{1,5 \cdot 10^{13}}{8 \cdot 10^9} \approx 20.000 !!!$$

Θα χρειαζόμαστε 20.000 πλανήτες με πληθυσμό, όσο και η Γη, για να πάρουμε τόσους ανθρώπους, όσα φωτόνια προσπίπτουν σε ένα δευτερόλεπτο στην επιφάνεια των $3,14 \text{ cm}^2$... δηλαδή σε επιφάνεια, όση είναι η φωτιζόμενη επιφάνεια του μικρού δάκτυλού μας!!!

iv) Από την εξίσωση (1) προκύπτει ότι κάθε φωτόνιο μεταφέρει ενέργεια $2,06 \text{ eV}$, ενέργεια μεγαλύτερη από το έργο εξαγωγής $\varphi = 1,86 \text{ eV}$. Αλλά τότε η απορρόφηση ενός τέτοιου φωτονίου μπορεί να οδηγήσει στην εξαγωγή ηλεκτρονίου από το μέταλλο.

α) Από την φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein, για την μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια των εξερχομένων από το μέταλλο ηλεκτρονίων, έχουμε:

$$K = hf - \varphi = E_\varphi - \varphi = 2,06 \text{ eV} - 1,86 \text{ eV} = 0,2 \text{ eV}$$

β) Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία το φωτόνιο απορροφάται ακαριαία από το ηλεκτρόνιο, το οποίο άμεσα μπορεί να εγκαταλείψει την επιφάνεια και να εξέλθει από το μέταλλο. Δεν υπάρχει δηλαδή καμιά καθυστέρηση, οπότε το αντίστοιχο χρονικό διάστημα $\Delta t \rightarrow 0$, σε αντίθεση με την κλασσική θεωρία που

προβλέπει χρονική καθυστέρηση για την έξοδο των ηλεκτρονίων.

Σχόλιο:

Αξίζει να προσεχθεί ότι όταν εφαρμόσαμε την κλασσική θεωρία, για να υπολογίσουμε την ενέργεια που απορροφά το άτομο, χρησιμοποιήσαμε την συνολική ενέργεια της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, που ακτινοβολείται, είτε αυτή είναι στην περιοχή του ορατού φωτός, είτε στην περιοχή του υπέρυθρου, αν δεχτούμε ότι η λάμπα εκπέμπει μόνο σε ορατό και υπέρυθρο.

Αντίθετα στην κβαντομηχανική χρησιμοποιήσαμε μόνο το ορατό φως αφού η ακτινοβολία στην περιοχή του υπέρυθρου δεν μπορεί να προκαλέσει εξαγωγή φωτοηλεκτρονίων, αφού για $\lambda_1 > 700\text{nm}$ θα έχουμε:

$$E_\nu = hf = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow E_\nu < h \frac{c}{\lambda_1} \rightarrow$$
$$E_\nu < 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{700 \cdot 10^{-9}} \text{ J} = 2,8 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,76 \text{ eV}$$

Ενέργεια που είναι μικρότερη από το έργο εξαγωγής.

dmargaris@gmail.com