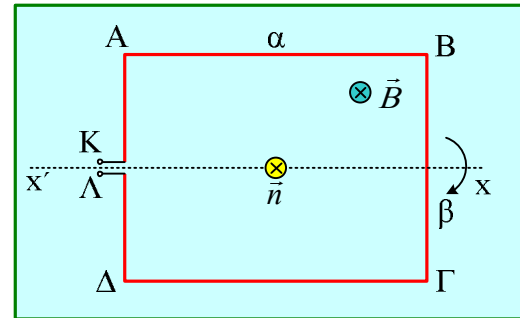


Η περιστροφή του πλαισίου και η ΗΕΔ

Το ορθογώνιο μεταλλικό πλαίσιο ΑΒΓΔ, με πλευρές (ΑΒ)=α=0,3m και (ΒΓ)=β=0,2m, μπορεί να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του x'x, ο οποίος περνά από το κέντρο του, πάνω στο επίπεδό του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega=100\text{rad/s}$, μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$. Έστω $t_0=0$ η στιγμή που η κάθετος στο πλαίσιο είναι παράλληλη με την ένταση του πεδίου, όπως στο σχήμα.



- i) Να βρεθεί η μαγνητική ροή που περνά από το πλαίσιο και ο ρυθμός μεταβολής της την στιγμή $t_0=0$.
- ii) Να υπολογισθεί την στιγμή αυτή, η τάση στα άκρα Κ και Λ του πλαισίου, καθώς και ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται σε κάθε πλευρά του πλαισίου.
- iii) Ποιες οι αντίστοιχες απαντήσεις στο προηγούμενο ερώτημα την χρονική στιγμή $t_1=\pi/200\text{s}$;

Απάντηση:

- i) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο την στιγμή t_0 είναι ίση:

$$\Phi_0 = \Phi_{max} = BA = B \cdot (a\beta) = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,2 \text{Wb} = 0,03 \text{Wb}$$

Αλλά αυτή είναι η μέγιστη τιμή της ροής η οποία μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς, όπως στην θεωρία μας, οπότε για την ροή σε κάθε στιγμή, θα ισχύει:

$$\Phi = \Phi_{max} \cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t) = 0,03 \cdot \sigma\upsilon\nu(100t) \quad (\text{S.I.})$$

Οπότε για τον ρυθμό μεταβολής της θα έχουμε:

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi_{max} \cdot \omega \cdot \eta\mu(\omega t) = -3 \cdot \eta\mu(100t) \quad (\text{S.I.})$$

$$\text{Οπότε για } t=0 \quad \frac{d\Phi}{dt} = -3 \cdot \eta\mu(100t) = -3 \cdot \eta\mu(100 \cdot 0) = 0$$

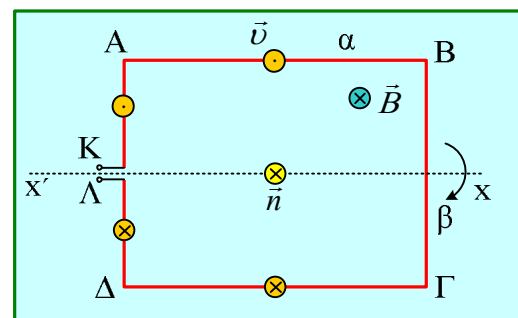
- ii) Η τάση στα άκρα Κ, Λ του πλαισίου είναι ίση με την ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο πλαίσιο την στιγμή t_0 , η οποία είναι ίση με:

$$V = E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi}{dt} = 3 \cdot \eta\mu(100t) \quad (\text{S.I.}), \quad (1)$$

οπότε για $t=0$, η τάση $V_{\text{KL}}=E_0=0$.

Στο διπλανό σχήμα, έχουν σημειωθεί οι ταχύτητες των πλευρών του πλαισίου, λόγω περιστροφής. Έτσι έχουμε:

Η πλευρά ΑΒ έχει ταχύτητα \vec{v} με φορά προς τα έξω, άρα η γωνία μεταξύ ταχύτητας και έντασης του πεδίου είναι 180° , οπότε δεν ασκείται δύναμη Lorentz στα ελεύθερα



ηλεκτρόνια, συνεπώς δεν αναπτύσσεται ΗΕΔ λόγω επαγωγής στην ΑΒ.

Αλλά και στην πλευρά ΔΓ η γωνία μεταξύ \vec{v} και \vec{B} είναι ίση με 0° , οπότε ξανά $E=0$.

Στο τμήμα ΚΑ της ΑΔ, κάθε στοιχειώδες τμήμα έχει ταχύτητα προς τα έξω, άρα σε κανένα τμήμα δεν έχουμε ΗΕΔ, αλλά και στο άλλο μισό της πλευράς, στο ΛΔ, η γωνία είναι ίση με 0° και επίσης σε κάθε $d\ell$ η ΗΕΔ είναι μηδενική. Η ίδια κατάσταση είναι και στην πλευρά ΒΓ.

Οπότε τελικά και η ολική ΗΕΔ είναι $E=0$ και $V_{\text{ΚΛ}}=0$.

iii) Για την χρονική στιγμή $t_1 = \pi/200\text{s} = \frac{1}{4} T$, αφού $T = 2\pi/\omega = \pi/50\text{s}$, το πλαίσιο έχει στραφεί κατά 90° , οπότε $\omega t = \pi/2$ rad και από την σχέση (1) παίρνουμε:

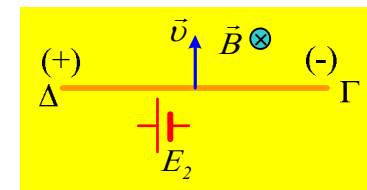
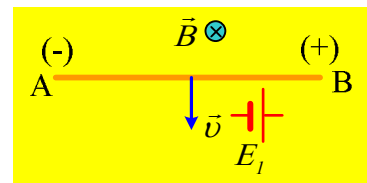
$$V = 3 \cdot \eta\mu(100t) = 3 \cdot \eta\mu\left(100 \cdot \frac{\pi}{200}\right) = 3V$$

Εξάλλου τη στιγμή αυτή η πλευρά ΑΒ έχει την ταχύτητα του σχήματος, κάθετη στο B , με αποτέλεσμα να εμφανίζεται πάνω της ΗΕΔ από επαγωγή, με πολικότητα όπως στο σχήμα και απόλυτη τιμή:

$$E_1 = Bvl = B\omega \frac{\beta}{2} \alpha = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 100 \cdot 0,3 \cdot 0,2V = 1,5V$$

Η πλευρά ΔΑ έχει ταχύτητα, του ίδιου μέτρου, αλλά με φορά όπως στο σχήμα, οπότε πάνω της εμφανίζεται επίσης ΗΕΔ, με απόλυτη τιμή:

$$E_2 = Bvl = B\omega \frac{\beta}{2} \alpha = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 100 \cdot 0,3 \cdot 0,2V = 1,5V$$



Αντίθετα οι πλευρές ΒΓ και ΔΑ, καθώς το πλαίσιο στρέφεται, δεν «κόβουν» δυναμικές γραμμές, άρα η ροή από την επιφάνεια που σαρώνουν είναι μηδενική, με αποτέλεσμα να μην αναπτύσσονται ΗΕΔ πάνω τους.

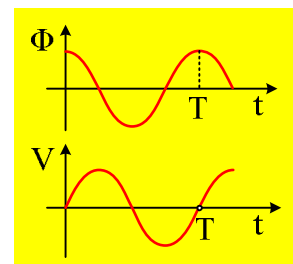
Έτσι αν δουλέψουμε με δυναμικά από το Κ στο Λ θα έχουμε:

$$V_K + E_1 + E_2 = V_\Lambda \rightarrow V_\Lambda - V_K = E_1 + E_2 = 1,5V + 1,5V = 3V$$

Βλέπουμε δηλαδή το πλαίσιο να λειτουργεί ως μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης και τη στιγμή t_1 το άκρο Λ να αντιστοιχεί στον θετικό «πόλο» της.

Σχόλιο.

Αν λάβουμε υπόψη ότι για $t=0$ το πλαίσιο είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές, τότε ισχύουν οι εξισώσεις του βιβλίου $\Phi = BA \cdot \sin\omega t$ και $V = \omega BA \cdot \eta\mu\omega t$, με γραφικές παραστάσεις, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε την στιγμή $t=0$, η ροή είναι μέγιστη, ενώ ο ρυθμός μεταβολής της (και η τάση) μηδενική.



dmargaris@gmail.com

