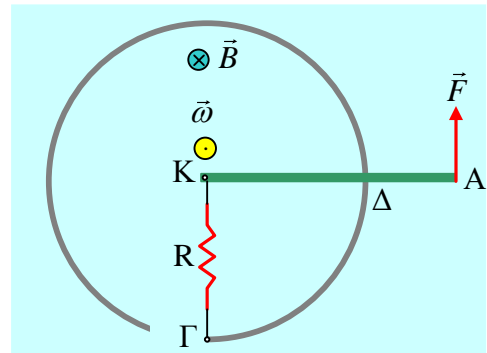


Η περιστροφή ενός αγωγού και οι ενέργειες

Μια ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος ΚΑ, μήκους $l=3\text{m}$, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο της Κ και σε επαφή με έναν οριζόντιο κυκλικό μεταλλικό οδηγό, κέντρου Κ και ακτίνας $r=2\text{m}$, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη). Ο οδηγός παρουσιάζει μια εγκοπή και μεταξύ του ενός άκρου Γ και του άξονα στο Κ, συνδέεται μια αντίσταση $R=2\Omega$. Ο οδηγός δεν παρουσιάζει αντίσταση, ενώ η ράβδος ΚΑ έχει αντίσταση $R_{KA}=3\Omega$. Στο χώρο υπάρχει ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,8\text{T}$. Για την στιγμή που η ράβδος βρίσκεται στην θέση που δείχνει το σχήμα, έχοντας γωνιακή ταχύτητα περιστροφής $\omega=5\text{rad/s}$, ενώ δέχεται στο άκρο της μια οριζόντια δύναμη F , μέτρου $F=2\text{N}$, κάθετη στην ράβδο, ζητούνται:



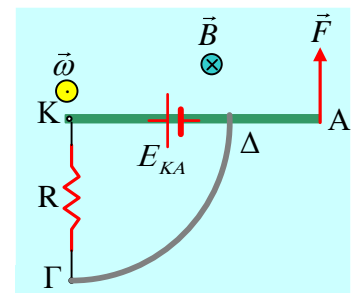
α) Να υπολογιστεί η ΗΕΔ από επαγωγή που αναπτύσσεται στην ράβδο ΚΑ.

- ii) Αφού βρείτε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R , να υπολογίσετε της τάσεις α) V_{KA} και β) $V_{\Delta A}$ όπου Δ το σημείο επαφής της ράβδου με τον κυκλικό οδηγό.
- iii) Να υπολογίσετε την δύναμη Laplace η οποία ασκείται στην ράβδο, καθώς και η ισχύς της στην θέση αυτή.
- iv) Με ποιο ρυθμό μεταφέρεται ενέργεια στην ράβδο, μέσω του έργου της δύναμης F ;
- v) Να σχολιάσετε της ενεργειακές μετατροπές που εμφανίζονται στο σύστημα.

Απάντηση:

- i) Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων βρίσκουμε ότι στον αγωγό ΚΑ θα αναπτυχθεί μια ΗΕΔ από επαγωγή, με τον θετικό πόλο της προς το άκρο Κ και τιμή:

$$E_{KA} = \frac{l}{2} B \omega l^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 5 \cdot 3^2 V = 18V$$

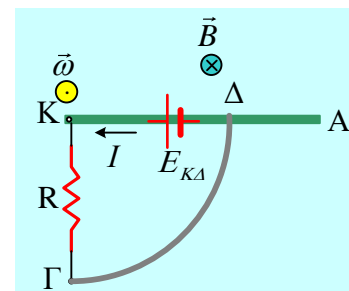


- ii) Ηλεκτρικό ρεύμα θα έχουμε στον βρόχο ΚΔΓΚ, οπότε μας ενδιαφέρει η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στο τμήμα ΚΔ της ράβδου, μήκους r :

$$E_{KA} = \frac{l}{2} B \omega r^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 5 \cdot 2^2 V = 8V$$

Συνεπώς το διπλανό κύκλωμα θα διαρρέεται από ρεύμα, με φορά όπως στο σχήμα, έντασης:

$$I = \frac{E_{KA}}{R_{KA} + R} \quad (1)$$



Αλλά για την αντίσταση του τμήματος ΚΔ της ράβδου έχουμε $R_{K\Delta} = \rho \frac{(K\Delta)}{S}$, ενώ η αντίσταση όλης της

ράβδου είναι $R_{KA} = \rho \frac{(KA)}{S}$, οπότε με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{R_{K\Delta}}{R_{KA}} = \frac{(K\Delta)}{(KA)} \rightarrow R_{K\Delta} = R_{KA} \frac{(K\Delta)}{(KA)} = 3\Omega \frac{2m}{3m} = 2\Omega$$

Και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$I = \frac{E_{K\Delta}}{R_{K\Delta} + R} = \frac{8V}{2\Omega + 2\Omega} = 2A$$

Όσον αφορά τις ζητούμενες τάσεις, η τάση $V_{K\Delta}$, δεν είναι τίποτα παρά η πολική τάση μιας πηγής, με τιμή:

$$V_{K\Delta} = V_{\text{πολ}} = E_{K\Delta} - IR_{K\Delta} = 8V - 2 \cdot 2V = 4V$$

Ενώ η τάση $V_{\Delta A}$ είναι ίση με την ΗΕΔ στο αντίστοιχο τμήμα, η οποία συνδέεται με τις δύο ΗΕΔ που έχουμε υπολογίσει παραπάνω:

$$E_{KA} = E_{K\Delta} + E_{\Delta A} \rightarrow V_{\Delta A} = E_{\Delta A} = E_{KA} - E_{K\Delta} = 18V - 8V = 10V$$

Εναλλακτικά η παραπάνω ΗΕΔ μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια της μαγνητικής ροής από την επιφάνεια που σαρώνει το τμήμα ΔΑ. Για ευκολία, ας πάρουμε για μια πλήρη περιστροφή σε χρόνο $\Delta t = T$, θα έχουμε για τις εμφανιζόμενες ΗΕΔ:

$$V_{\Delta A} = E_{\Delta A} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{B(\pi l^2 - \pi r^2)}{T} = \frac{B \cdot \pi l^2}{T} - \frac{B \cdot \pi r^2}{T} = E_{KA} - E_{K\Delta}$$

iii) Στην ράβδο ΚΑ ασκείται δύναμη Laplace, με σημείο εφαρμογής το μέσον Μ του τμήματος ΚΔ, όπως στο σχήμα, αφού δύναμη δέχεται μόνο το τμήμα της που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, με μέτρο:

$$F_L = BI(K\Delta) = 0,8 \cdot 2 \cdot 2N = 3,2N$$

Εξάλλου το σημείο εφαρμογής της δύναμης αυτής, το σημείο Μ έχει ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης, όπως στο σχήμα, με μέτρο:

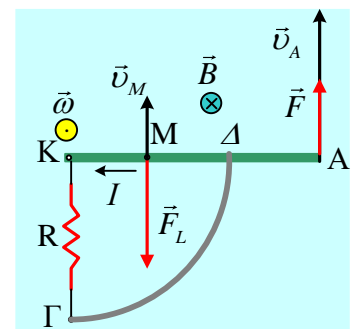
$$v_M = \omega \cdot (KM) = 5 \cdot 1m/s = 5m/s$$

Αλλά τότε η ισχύς της δύναμης Laplace είναι ίση:

$$P_{F_L} = F_L \cdot v_M \cdot \cos 180^\circ = -F_L \cdot v_M = -3,2 \cdot 5W = -16W$$

iv) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στον αγωγό ΚΑ, μέσω του έργου της δύναμης F, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης:

$$P_F = F \cdot v_A \cdot \cos 0^\circ = F \cdot \omega l = 2 \cdot 5 \cdot 3W = 30W \rightarrow$$



$$\frac{dW_F}{dt} = 30 \text{ J/s}$$

v) Με βάση τα παραπάνω αποτελέσματα, η δύναμη F μεταφέρει στην ράβδο ενέργεια με ρυθμό 30 J/s . Από αυτά τα 16 J/s αφαιρούνται από την ράβδο, μέσω του έργου της δύναμης Laplace. Αλλά τότε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, μας λέει ότι το υπόλοιπο 14 J/s αυξάνουν την κινητική ενέργεια της ράβδου. Εξάλλου η μηχανική ενέργεια που αφαιρεί η Laplace (τα 16 J/s), εμφανίζεται στο κύκλωμα με την μορφή της ηλεκτρικής ενέργειας και τελικά με την μορφή της θερμότητας στις δύο αντιστάσεις. Πράγματι:

$$P_{E_{επ}} = E_{κΔ} \cdot I = 8V \cdot 2A = 16W \text{ και}$$

$$P_Q = I^2 R_{κΔ} + I^2 R = I^2 (R_{κΔ} + R_{κΔ}) = 2^2 (2 + 2) W = 16W$$

dmargaris@gmail.com