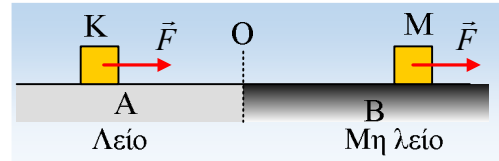


## Η κίνηση του σώματος σε δύο επίπεδα

Ένα σώμα μάζας  $m=0,4\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο Α, στην θέση Κ. Σε μια στιγμή  $t=0$ , στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  με αποτέλεσμα να κινηθεί και την στιγμή  $t_1=4\text{s}$  να φτάνει στο σημείο Ο, όπου  $(\text{ΚΟ})=4\text{m}$ , οπότε περνά σε ένα δεύτερο οριζόντιο επίπεδο Β, με το οποίο εμφανίζει σταθερό συντελεστή τριβής ολίσθησης, ενώ συνεχίζει να ασκείται πάντα πάνω του η δύναμη  $\vec{F}$ . Έτσι την στιγμή  $t_2=7\text{s}$  το σώμα έχει ταχύτητα  $v_2=0,8\text{m/s}$ , περνώντας από την θέση Μ, όπως στο σχήμα.



- i) Να υπολογισθεί η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα στο επίπεδο Α.
- ii) Ποιο το μέτρο της ασκούμενης δύναμης  $\vec{F}$  και με ποια ταχύτητα το σώμα περνά στο επίπεδο Β, στο σημείο Ο;
- iii) Να υπολογισθεί η απόσταση (ΟΜ), καθώς και το μέτρο της τριβής που ασκείται στο σώμα στην θέση Μ.
- iv) Πόση τριβή ασκείται στο σώμα την χρονική στιγμή  $t_3=10\text{s}$ , αν πάντα ασκείται πάνω του η δύναμη  $\vec{F}$ ;

### Απάντηση:

- i) Η μόνη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα, κατά την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο Α, είναι η σταθερή δύναμη  $\vec{F}$ , συνεπώς το σώμα κινήθηκε με σταθερή επιτάχυνση  $a_1$ , εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη) κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = \alpha_1 t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 \quad (2)$$

Από την εξίσωση (2), λύνοντας ως προς  $a$  και με αντικατάσταση  $t=t_1=4\text{s}$  και  $\Delta x=4\text{m}$  βρίσκουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 \rightarrow \alpha_1 t^2 = 2 \Delta x \rightarrow a_1 = \frac{2 \Delta x}{t^2} \rightarrow$$

$$a_1 = \frac{2 \cdot 4}{4^2} \text{m/s}^2 = 0,5 \text{m/s}^2$$

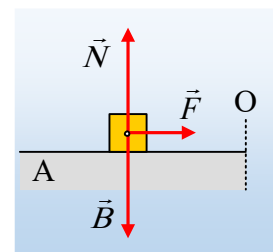
- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, κατά την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο Α. Λαμβάνοντας υπόψη ότι  $\Sigma F_y=0$ , από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F_x = m a_1 \rightarrow F = m a_1 = 0,4 \text{kg} \cdot 0,5 \text{m/s}^2 = 0,2 \text{N}$$

Ενώ με αντικατάσταση στην εξίσωση (1) έχουμε:

$$v = \alpha_1 t \rightarrow v_1 = \alpha_1 t_1 = 0,5 \cdot 4 \text{m/s} = 2 \text{m/s}$$

- iii) Μόλις το σώμα περάσει στο Β επίπεδο, θα δεχθεί επιπλέον και την δύναμη της τριβής ολίσθησης, αντίθετης κατεύθυνσης από την ταχύτητα του σώματος, όπως στο παρακάτω σχήμα.



Αλλά αφού και η τριβή έχει σταθερό μέτρο, το σώμα θα έχει ξανά σταθερή επιτάχυνση, οπότε και η νέα κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη, για την οποία θα ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \quad (3) \quad \text{και} \quad \Delta x = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t)^2 \quad (4)$$

Όπου  $\Delta t = t - t_1$  το χρονικό διάστημα που το σώμα κινείται στο Β επίπεδο.

Με αντικατάσταση στην (3) για  $t_2 = 7s$ , οπότε  $\Delta t = 3s$ , βρίσκουμε:

$$v = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \rightarrow \alpha_2 = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{0,8 - 2}{2} \text{ m/s}^2 = -0,4 \text{ m/s}^2.$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι το σώμα αποκτά επιτάχυνση προς τα αριστερά (αφού σιωπηλά δεχτήκαμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, σε όλα τα προηγούμενα...), άρα η κίνηση του σώματος είναι επιβραδυνόμενη. Με αντικατάσταση εξάλλου στην (4) υπολογίζουμε την μετατόπιση  $\Delta x_2 = (OM)$ :

$$\Delta x_2 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_2 (\Delta t)^2 = 2 \cdot 3m + \frac{1}{2} (-0,4) \cdot 3^2 m = 4,2m$$

Ενώ με εφαρμογή ξανά του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{x_2} = ma_2 &\rightarrow F + T = ma_2 \rightarrow T = -F + ma_2 \rightarrow \\ T &= -0,2N + 0,4 \cdot (-0,4)N = -0,36N \end{aligned}$$

Αξίζει να προσέξουμε ότι εφαρμόσαμε το 2<sup>ο</sup> νόμο με την αλγεβρική του μορφή και βρήκαμε  $T = -0,36N$ . Η τιμή αυτή είναι αλγεβρική και μας πληροφορεί ότι η τριβή έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά, ενώ έχει μέτρο:

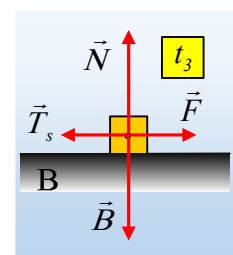
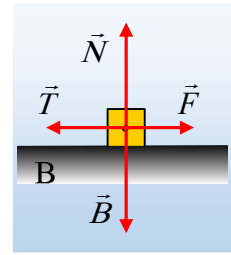
$$|T| = 0,36N.$$

iv) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, η κίνηση του σώματος είναι επιβραδυνόμενη αφού η τριβή ολίσθησης έχει μεγαλύτερο μέτρο από την ασκούμενη δύναμη F. Αλλά τότε το σώμα μετά από λίγο θα πάψει να κινείται, αφού μηδενιστεί η ταχύτητά του, κάποια στιγμή  $t'$ . Τη στιγμή αυτή μπορούμε να την προσδιορίσουμε αν μηδενίσουμε την ταχύτητα στην εξίσωση (3):

$$\begin{aligned} v = v_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t \xrightarrow{v=0} \Delta t' &= -\frac{v_1}{\alpha_2} = -\frac{2}{-0,4} s = 5s \xrightarrow{\Delta t' = t' - t_1} \\ t' &= t_1 + \Delta t' = 4s + 5s = 9s \end{aligned}$$

Αλλά τότε τη στιγμή  $t_3 = 10s$  το σώμα ισορροπεί, ενώ δέχεται δύναμη στατικής τριβής  $T_s$ , όπως στο σχήμα, με μέτρο:

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow F - |T_s| = 0 \rightarrow |T_s| = 0,2N$$



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)