

Φωτοηλεκτρικό και φαινόμενο Compton

Τι συμβαίνει όταν πάνω σε ένα ηλεκτρόνιο, προσπίπτει ένα φωτόνιο; Θα έχουμε απορρόφηση ή σκέδαση; Ας δούμε το τι συμβαίνει, μέσω κάποιων εφαρμογών.

Δίνονται οι σταθερές $h=6,63 \cdot 10^{-34}$ Js, $c=3 \cdot 10^8$ m/s, $m_e=m=9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, $1\text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19}$ J.

Εφαρμογή 1^η:

Σε ένα ελεύθερο ακίνητο ηλεκτρόνιο προσπίπτει φως με μήκος κύματος $\lambda_1=600\text{nm}$. Να εξετάσετε αν μπορεί το ηλεκτρόνιο να απορροφήσει ένα προσπίπτον φωτόνιο της ακτινοβολίας.

Απάντηση:

Έστω ότι το ηλεκτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο. Τότε κατά την διαδικασία αυτή θα ισχύουν οι αρχές διατήρησης ενέργειας και ορμής. Έτσι, με την υπόθεση ότι η τελική ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι αρκετά μικρότερη από την ταχύτητα του φωτός, θα έχουμε:

$$E_{\pi\rho} = E_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow$$

$$hf_1 + mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow h \frac{c}{\lambda_1} = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 600 \cdot 10^{-9}}} \text{ m/s} = \sqrt{0,7 \cdot 10^{12}} \text{ m/s} \rightarrow$$

$$v = 0,8 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Μια ταχύτητα αρκετά μακριά από την ταχύτητα του φωτός, η οποία μας «δικαιώνει» στην μη χρήση της θεωρίας της σχετικότητας.

Αλλά από την διατήρηση της ορμής παίρνουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho} = \vec{p}_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow p_\phi = p_{\eta\lambda} \rightarrow \frac{h}{\lambda_1} = mv \rightarrow$$

$$v = \frac{h}{m\lambda_1} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 600 \cdot 10^{-9}} \text{ m/s} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ m/s}!!!$$

Τα δυο αποτελέσματα έρχονται σε αντίθεση. Πού κάνουμε το λάθος;

Το λάθος έγινε, στο ότι θεωρήσαμε ελεύθερο το ηλεκτρόνιο! Πράγματι όταν στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο μελετάμε την εξαγωγή ηλεκτρονίων από ένα υλικό, το φωτοηλεκτρόνιο που ελευθερώνεται δεν ήταν ελεύθερο αλλά δεσμευμένο, με αποτέλεσμα να μην μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής, αφού ορμή θα αποκτήσει και το άτομο, με το οποίο συνδεόταν.

Εξάλλου και η ταχύτητα εξόδου, που υπολογίσαμε με εφαρμογή της ΑΔΕ, δεν είναι η πραγματική, αφού δεν λάβαμε υπόψη το έργο εξαγωγής ή για να το πούμε αλλιώς, το έργο ιονισμού του ατόμου...

Αξίζει ακόμη να τονισθεί ότι ένα φωτόνιο, όπως το παραπάνω, έχει ενέργεια:

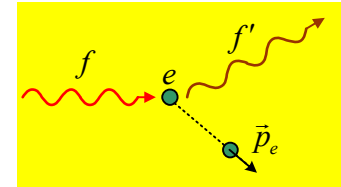
$$E_\phi = h \frac{c}{\lambda_1} \approx 3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 2 \text{ eV}$$

Ίδιας τάξεως μεγέθους με το έργο εξαγωγής των υλικών που χρησιμοποιούμε κατά το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.

Εφαρμογή 2^η:

Ένα φωτόνιο της παραπάνω ακτινοβολίας, το οποίο δεν μπορεί να απορροφηθεί από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο, μήπως μπορεί να σκεδασθεί, σύμφωνα με το φαινόμενο Compton;

Στην περίπτωση καταφατικής απάντησης, να υπολογισθεί το μέγιστο % ποσοστό αύξησης του μήκους κύματος, μετά την σκέδαση.



Απάντηση:

Αν το φωτόνιο με μήκος κύματος λ_1 δεν μπορεί να απορροφηθεί από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο, μπορεί όμως να αλληλοεπιδράσει μαζί του, οπότε η διατήρηση της ορμής και της ενέργειας για το σύστημα, θα μας οδηγήσει στην γνωστή εξίσωση από το φαινόμενο Compton:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\phi)$$

Αν υπολογίσουμε την τιμή του κλάσματος h/mc (και για περαιτέρω χρήση), θα βρούμε:

$$\frac{h}{mc} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8} \text{ m} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Η παραπάνω ποσότητα έχει μονάδες μήκους και αναφέρεται ως μήκος κύματος Compton:

$$\lambda_c = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Χωρίς να είναι και πραγματικό «μήκος κύματος» κάποιου κύματος... Έτσι η παραπάνω εξίσωση γράφεται:

$$\lambda'_1 - \lambda_1 = \lambda_c (1 - \cos\phi) \quad (1)$$

Έτσι το ζητούμενο ποσοστό αύξησης του μήκους κύματος, θα είναι ίσο:

$$\pi_1 = \frac{\lambda'_1 - \lambda_1}{\lambda_1} 100\% = \frac{\lambda_c}{\lambda_1} (1 - \cos\phi) 100\% \quad (2)$$

Μεγαλύτερη αύξηση στο μήκος κύματος έχουμε στην περίπτωση «ανάκρουσης» του φωτονίου, δηλαδή στην περίπτωση όπου $\phi = 180^\circ$, οπότε θα έχουμε:

$$\pi_1 = \frac{\lambda_c}{\lambda_1} (1 - \cos\phi) 100\% = \frac{2,4 \cdot 10^{-12}}{600 \cdot 10^{-9}} (1 - (-1)) \cdot 100\% = 0,8 \cdot 10^{-3}\% \quad \eta$$

$$\pi_1 = 0,0008\%$$

Βλέπουμε δηλαδή να αυξάνεται κατά ένα ελάχιστο ποσοστό το μήκος κύματος, πράγμα που σημαίνει ότι πειραματικά δεν πρόκειται να παρατηρήσουμε κάτι!

Μπορούμε αν θέλουμε να υπολογίσουμε και το μήκος κύματος, μετά τον σκεδασμό, για να δούμε από άλλη οπτική γωνία το ίδιο πράγμα. Με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$\lambda'_1 - \lambda_1 = \lambda_c (1 - \sigma \nu \varphi) \rightarrow \lambda_{1max} = \lambda_1 + \lambda_c (1 - \sigma \nu 180^\circ) \rightarrow$$

$$\lambda_{1max} = 600nm + 2 \cdot 0,002nm = 600,004nm$$

Έχουμε δηλαδή αύξηση στο μήκος κύματος, στο 3^ο δεκαδικό ψηφίο (σε nm)!!!

Συμπέρασμα, το φαινόμενο Compton δεν μελετάται με μήκη κύματος στην περιοχή του ορατού...

Εφαρμογή 3^η:

Αν αντί της παραπάνω ακτινοβολίας είχαμε ακτίνες X με ενέργεια 120keV:

- Ποιο το μήκος κύματος της ακτινοβολίας αυτής;
- Θα μπορούσαμε να είχαμε φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, με την χρήση των παραπάνω ακτίνων, όπου ένα φωτόνιο απορροφάται από ένα δέσμιο ηλεκτρόνιο εντός κάποιου υλικού;
- Θα μπορούσε η απορρόφηση να γίνει από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο του υλικού; **Το ερώτημα αυτό δεν απευθύνεται σε μαθητές.**

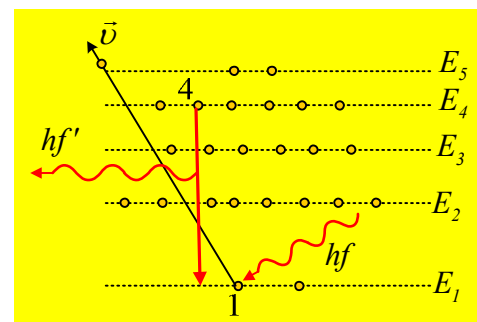
Απάντηση:

α) Για το μήκος κύματος των παραπάνω ακτίνων X έχουμε:

$$E_2 = hf_2 = h \frac{c}{\lambda_2} \rightarrow \lambda_2 = h \frac{c}{E_2} \rightarrow$$

$$\lambda_2 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{120.000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} m \approx 1 \cdot 10^{-11} m \approx 0,01nm$$

- β) Το φωτόνιο των ακτίνων X μπορεί να απορροφηθεί από ένα ηλεκτρόνιο, το οποίο βρίσκεται, όχι μόνο σε εξωτερική ατομική στοιβάδα, με υψηλή ενέργεια (ηλεκτρόνια που ελευθερώνονται κατά την απορρόφηση ακτινοβολιών με μεγαλύτερα μήκη κύματος, όπως με απορρόφηση φωτός), αλλά και ηλεκτρόνια χαμηλότερων ενεργειακών σταθμών. Έτσι μπορεί να απορροφηθεί από ένα ηλεκτρόνιο στην στάθμη E_1 (το ηλεκτρόνιο 1) και αυτό να απομακρυνθεί έχοντας και μια μεγάλη κινητική ενέργεια. Σαν αποτέλεσμα θα έχουμε, ένα άλλο ηλεκτρόνιο, όπως το 4, που βρίσκεται σε ανώτερη ενεργειακή στάθμη να μπορεί να μεταπέσει στην στάθμη E_1 , αποβάλλοντας και ένα φωτόνιο, το οποίο θα έχει ενέργεια $E_4 - E_1$ και το οποίο μπορεί να έχει και παραπλήσιο μήκος κύματος, θα μπορούσε δηλαδή να ανήκει και αυτό στις ακτίνες X. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί ποιοτικά κάποιες ενεργειακές στάθμες ενός ατόμου και έχουν σημειωθεί



και μερικά ηλεκτρόνια ενδεικτικά! (Μην αρχίσουμε τις αντιρρήσεις για τις ενέργειες στο άτομο και το πλήθος των τροχιακών και των ηλεκτρονίων... αφού δεν είναι αυτό το θέμα μας).

γ) Έστω τώρα ότι ένα ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο απορροφά ένα φωτόνιο ακτίνων X, όπως το παραπάνω.

Από την διατήρηση της ορμής παίρνουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho} = \vec{p}_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow p_{\phi} = p_{\eta\lambda} \rightarrow p_{\eta\lambda} = p = \frac{h}{\lambda_2}$$

Αλλά με βάση την σχετικότητα, το ηλεκτρόνιο θα έχει τελική ενέργεια:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} = \sqrt{\frac{h^2}{\lambda_2^2} c^2 + m^2 c^4} = c \sqrt{\frac{h^2}{\lambda_2^2} + m^2 c^2} \rightarrow$$

Με αντικατάσταση:

$$E = 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{6,63^2 \cdot 10^{-68}}{1^2 \cdot 10^{-22}} + 9,1^2 \cdot 10^{-62} \cdot 3^2 \cdot 10^{16}} \text{ J} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{44 \cdot 10^{-46} + 745 \cdot 10^{-46}} \rightarrow$$

$$E = 3 \cdot 10^8 \cdot 28,1 \cdot 10^{-23} \text{ J} = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 5,26 \cdot 10^5 \text{ eV} = 526 \text{ keV}$$

Είναι συμβατή η παραπάνω τιμή με την διατήρηση της ενέργειας;

Το αρχικά ακίνητο ηλεκτρόνιο είχε ισοδύναμη ενέργεια, λόγω μάζας ηρεμίας

$$E_e = mc^2 = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 510.000 \text{ eV} = 510 \text{ keV}$$

Αλλά τότε πριν την αλληλεπίδραση είχαμε ενέργεια:

$$E_{\pi} = E_{\phi} + E_e = 120 \text{ keV} + 510 \text{ keV} = 630 \text{ keV}$$

Ενώ η τελική ενέργεια είναι $E_{\mu} = E = 526 \text{ keV}$, τιμή που παραβιάζει την διατήρηση της ενέργειας, πράγμα άτοπο. Το φωτόνιο δηλαδή δεν μπορεί να απορροφηθεί από ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο.

Εφαρμογή 4^η:

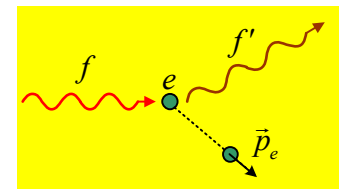
Οι παραπάνω ακτίνες X με ενέργεια 120keV, προσπίπτουν σε μια πλάκα:

α) Για να παρατηρήσουμε φαινόμενο Compton, θα πρέπει το φωτόνιο να συγκρουσθεί:

- i) Με ελεύθερα ηλεκτρόνια,
- ii) Με δεσμευμένα ηλεκτρόνια,
- iii) Δεν έχει σημασία.

β) Το ηλεκτρόνιο πριν την σκέδαση πρέπει υποχρεωτικά να είναι ακίνητο ή όχι;

β) Να υπολογισθεί το μέγιστο % ποσοστό αύξησης του μήκους κύματος, μετά την σκέδαση, πάνω σε ακίνητο ηλεκτρόνιο.

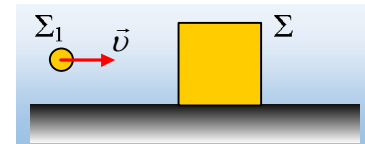


Απάντηση:

- α) Με βάση την προηγούμενη εφαρμογή, για να ισχύει η διατήρηση της ορμής και η διατήρηση της ενέργειας, στο σύστημα, θα πρέπει το ηλεκτρόνιο να είναι ελεύθερο. Έτσι η σκέψη μας οδηγείται στην i) επιλογή. Αν όμως λάβουμε υπόψη ότι το φωτόνιο έχει ενέργεια 120keV, τότε το αν το αρχικό ηλεκτρόνιο είναι δεσμευμένο έχοντας δυναμική ενέργεια -2eV ή -4eV, δεν έχει καμιά σημασία. Η «σύγκρουση» είναι τόσο σφοδρή, που θα σπάσει πολύ εύκολα, κάθε «δεσμός».

Ας δανειστούμε ένα παράδειγμα από τις κρούσεις:

Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας $M=1\text{kg}$, το οποίο εμφανίζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$. Σε μια στιγμή συγκρούεται κεντρικά με σώμα Σ₁ μάζας $m=0,1\text{kg}$, το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα v . Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ μετά την κρούση, αν η ταχύτητα του Σ₁ πριν την κρούση, είχε μέτρο:



$$i) v_1=0,01\text{m/s}, \quad ii) v_2= 200\text{m/s}.$$

Στην απάντηση νομίζω ότι εύκολα θα καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η τριβή που θα ασκηθεί στο Σ στη διάρκεια της κρούσης, στην πρώτη περίπτωση δεν θα του επιτρέψει να κινηθεί, οπότε το Σ₁ θα ανακλαστεί με ταχύτητα ίσου μέτρου 0,01m/s.

Στην δεύτερη περίπτωση όμως που το Σ₁, είναι μια «σφαίρα», μπορούμε να αγνοήσουμε την δύναμη τριβής και να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής, θεωρώντας το σύστημα μονωμένο.

Το ίδιο συμβαίνει και στην περίπτωση της σκέδασης ακτίνων X από ένα ηλεκτρόνιο κάποιου υλικού. Είναι τόσο μεγάλη η ενέργεια και η ορμή του φωτονίου, που μας είναι αδιάφορο αν το ηλεκτρόνιο είναι ή όχι δεσμευμένο. Εμείς το θεωρούμε ελεύθερο έτσι και αλλιώς, εφαρμόζοντας τις δυο αρχές, όπως στην ελαστική κρούση. Σωστό το iii).

- β) Νομίζω τα παραπάνω, δίνουν και την απάντηση στο β) ερώτημα. Αν το ηλεκτρόνιο μετά την αλληλεπίδραση έχει κινητική ενέργεια μερικά keV, μικρή σημασία έχει αν πριν την πρόσπτωση του φωτονίου, είχε ή όχι κινητική ενέργεια μερικά eV. Εμείς το θεωρούμε ακίνητο, χωρίς να κάνουμε σοβαρό λάθος στους υπολογισμούς μας.

- γ) Με βάση την εξίσωση (2) της 2^{ης} εφαρμογής, θα έχουμε:

$$\pi_2 = \frac{\lambda'_2 - \lambda_2}{\lambda_2} 100\% = \frac{\lambda_c}{\lambda_2} (1 - \sigma \nu \varphi) 100\% \quad (2a)$$

Μεγαλύτερη αύξηση στο μήκος κύματος έχουμε στην περίπτωση «ανάκρουσης» του φωτονίου, δηλαδή στην περίπτωση όπου $\varphi=180^\circ$, οπότε θα έχουμε:

$$\pi_2 = \frac{\lambda_c}{\lambda_2} (1 - \sigma \nu \varphi) 100\% = \frac{2,4 \cdot 10^{-12}}{0,1 \cdot 10^{-9}} (1 - (-1)) \cdot 100\% = 48 \cdot 10^{-3} \cdot 100\% \quad \text{ή}$$

$$\pi_2 = 4,8\%$$

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το παραπάνω ποσοστό (4,8%) είναι 10.000 φορές μεγαλύτερης τάξης μεγέθους, από το αντίστοιχο ποσοστό της εφαρμογής 2, για το ορατό φως (0,0008%).

Ας κρατήσουμε λοιπόν το συμπέρασμα, ότι αν θέλουμε να παρατηρήσουμε φαινόμενο Compton και μεταβολή στο μήκος κύματος, η μελέτη πρέπει να στηρίζεται σε φωτόνια πολύ μικρού μήκους κύματος, όπως οι ακτίνες X ή οι ακτίνες γ.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

Διονόσης Μάργαρης