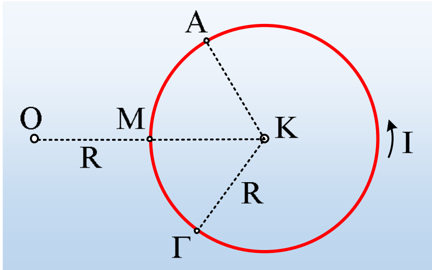
Το μαγνητικό πεδίο σε δύο σημεία



Στο σχήμα δίνεται ένας κυκλικός αγωγός κέντρου Κ και ακτίνας R, ο οποίος διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης Ι.

i) Αν B_1 η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του κύκλου, η οποία οφείλεται σε τόξο ΑΓ, να σχεδιάστε στο σχήμα το διάνυσμά της και να υπολογίσετε το μέτρο της, αν το τόξο ΑΓ είναι 120°.

ii) Αν Μ το μέσον του τόξου ΑΓ ενώ το σημείο Ο του επιπέδου του κυκλικού αγωγού, βρίσκεται στην προέκταση της ακτίνας ΜΚ σε απόσταση (ΜΟ)=R:

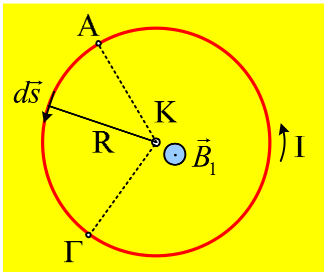
α) Να σχεδιάστε στο σχήμα την ένταση B_2 του μαγνητικού πεδίου, η οποία οφείλεται στο τόξο ΑΓ.

β) Για το μέτρο της έντασης B_2, ισχύει:

a) $B_2 < B_1$, b) $B_2 = B_1$, c) $B_2 > B_1$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:



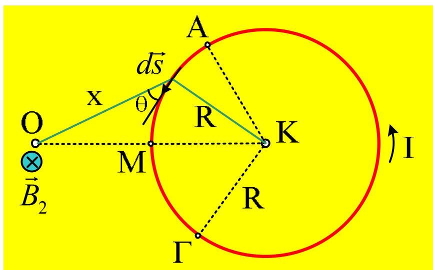
i) Έστω ένα στοιχειώδες τόξο $d\vec{s}$ του τόξου ΑΓ, το οποίο δημιουργεί στο κέντρο Κ του κύκλου μαγνητικό πεδίο dB_1. Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, βρίσκουμε ότι το μαγνητικό πεδίο είναι κάθετο στο επίπεδο του αγωγού με φορά προς τον αναγνώστη. Το ίδιο όμως συμβαίνει και για κάθε άλλο στοιχειώδες τόξο, οπότε και η ένταση B_1 που οφείλεται στο τόξο ΑΓ, θα έχει την ίδια κατεύθυνση, ενώ θα έχει μέτρο:

$$B_1 = B_{11} + B_{12} + \ldots + B_{1\nu} = \sum \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I \cdot ds}{R^2}\eta\mu 90^o = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{R^2}\sum ds \rightarrow$$

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{R^2}S_{AB} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{R^2}\cdot\frac{2\pi R}{360^o}\cdot 120^o = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I}{R^2}\cdot\frac{2\pi R}{3} \rightarrow$$

$$B_1 = \frac{\mu_o}{6R}I$$

Η παραπάνω τιμή, δεν είναι τίποτα άλλο παρά το 1/3 του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου, που δημιουργεί όλος ο κυκλικός αγωγός.



ii) Ξανά για κάθε στοιχειώδες τμήμα ds του τόξου, με την βοήθεια του κανόνα του δεξιού χεριού, βρίσκουμε ότι το μαγνητικό πεδίο:

α) είναι κάθετο στο επίπεδο του σχήματος, με φορά προς τα μέσα, οπότε και η συνολική ένταση θα έχει την ίδια κατεύθυνση, όπως στο σχήμα.

β) Αν πάρουμε το ευθύγραμμο τμήμα x που συνδέει το σημείο Ο με ένα σημείο του τόξου ΑΓ, παρατηρούμε ότι έχει το μικρότερο μήκος στο σημείο Μ όπου (ΟΜ)=R.

Σε κάθε άλλη θέση, είτε κινούμαστε προς το Α, είτε προς το Γ, ισχύει ότι $x > R$.

Αλλά τότε αν πάρουμε τις εντάσεις που δημιουργεί το στοιχειώδες τόξο ds στα σημεία Κ και Ο, θα έχουμε:

$$dB_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot ds}{R^2}\eta\mu 90^o = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot ds}{R^2} \quad \text{και} \quad dB_2 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot ds}{x^2}\eta\mu\theta$$

Με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{dB_1}{dB_2} = \frac{\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot ds}{R^2}}{\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\cdot ds}{x^2}\eta\mu\theta} = \frac{x^2}{R^2}\cdot\frac{1}{\eta\mu\theta}$$

Οπότε αφού $x \geq R$ θα ισχύει $\frac{x^2}{R^2} \geq 1$, όπως και $\eta\mu\theta \leq 1$ οπότε και $\frac{1}{\eta\mu\theta} \geq 1$ (όπου το ίσον (=) ισχύει μόνο για την θέση Μ). Έτσι θα έχουμε:

$$\frac{dB_1}{dB_2} > 1 \rightarrow dB_1 > dB_2$$

Για κάθε στοιχειώδες τμήμα ds. Οπότε η ίδια ανισωτική σχέση θα ισχύει και για την ολική ένταση εξαιτίας του τόξου ΑΓ, δηλαδή $B_1 > B_2$.

Σωστό το α).

dmargaris@gmail.com