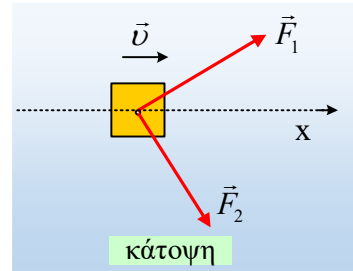


### Η κίνηση με την επίδραση δύο δυνάμεων

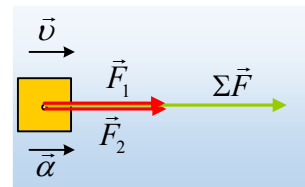
Ένα σώμα μάζας  $m=2\text{kg}$  κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v_0=1\text{m/s}$ , κατά μήκος ενός άξονα  $x$ . Σε μια στιγμή  $t_0=0$ , στο σώμα ασκούνται δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις, με ίσα μέτρα  $F_1=F_2=0,4\text{N}$ , ενώ το σώμα συνεχίζει να κινείται πάντα στην διεύθυνση του άξονα  $x$ .



- i) Να σχεδιάσετε τις δυο δυνάμεις, προσδιορίζοντας τις κατευθύνσεις τους, αν θέλουμε το σώμα να αποκτήσει την μέγιστη δυνατή επιτάχυνση. Ποια η αντίστοιχη μέγιστη μετατόπιση του σώματος την στιγμή  $t_1=2\text{s}$ ;
- ii) Ποιες οι αντίστοιχες κατευθύνσεις των δύο δυνάμεων, αν θέλουμε η μετατόπιση μέχρι την στιγμή  $t_1$  να είναι η ελάχιστη δυνατή; Να υπολογιστεί η ελάχιστη αυτή μετατόπιση.
- iii) Αν το σώμα τη στιγμή  $t_1$  έχει μετατοπισθεί κατά  $\Delta x_3=2,4\text{m}$ , ποιες οι κατευθύνσεις των δύο δυνάμεων;

**Απάντηση:**

i) Για να αποκτήσει το σώμα την μέγιστη δυνατή επιτάχυνση, θα πρέπει να δεχτεί και την μέγιστη δυνατή δύναμη. Αλλά αν έχουμε δύο δυνάμεις, μέγιστη συνισταμένη έχουμε όταν οι δυο δυνάμεις είναι συγγραμμικές. Και για να έχουμε μέγιστη μετατόπιση, θα πρέπει η επιτάχυνση αυτή να έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα. Αλλά τότε και οι δυο δυνάμεις θα πρέπει να έχουν την ίδια κατεύθυνση με την αρχική ταχύτητα, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε θα έχουμε:



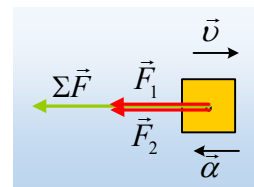
$$\Sigma F = ma_1 \rightarrow F_1 + F_2 = ma_1 \rightarrow$$

$$a_1 = \frac{F_1 + F_2}{m} = \frac{0,4 + 0,4}{2} \text{ m/s}^2 = 0,4 \text{ m/s}^2$$

Έτσι μέχρι την στιγμή  $t_1$  το σώμα θα μετατοπισθεί κατά  $\Delta x_1$ , όπου:

$$\Delta x_1 = v_0 t + \frac{1}{2} a_1 t^2 \xrightarrow{t=t_1} \Delta x_1 = 1 \cdot 2\text{m} + \frac{1}{2} 0,4 \cdot 2^2 \text{m} = 2,8\text{m}$$

ii) Με την ίδια λογική για να έχουμε την ελάχιστη μετατόπιση, θα πρέπει η επιτάχυνση να έχει αντίθετη κατεύθυνση, με αποτέλεσμα να έχουμε επιβραδυνόμενη κίνηση, οπότε και οι δυο δυνάμεις θα είναι συγγραμμικές, όπως στο σχήμα. Τότε θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική και δουλεύοντας με αλγεβρικές τιμές θα έχουμε:



$$\Sigma F = ma_2 \rightarrow F_1 + F_2 = ma_2 \rightarrow$$

$$a_2 = \frac{F_1 + F_2}{m} = \frac{-0,4 - 0,4}{2} \text{ m/s}^2 = -0,4 \text{ m/s}^2$$

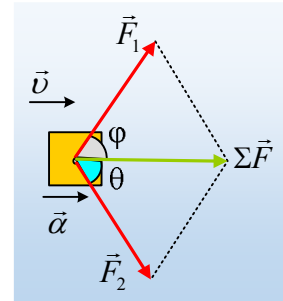
$$\Delta x_2 = v_0 t + \frac{1}{2} a_2 t^2 \xrightarrow{t=t_1} \Delta x_2 = 1 \cdot 2\text{m} + \frac{1}{2} (-0,4) \cdot 2^2 \text{m} = 1,2\text{m}$$

iii) Για να έχει η μετατόπιση τιμή  $\Delta x_3=2,4\text{m}$ , το σώμα θα πρέπει να κινηθεί με επιτάχυνση  $\alpha_3$ , όπου:

$$\Delta x_3 = v_0 t + \frac{1}{2} a_3 t^2 \rightarrow \alpha_3 = 2 \frac{\Delta x_3 - v_0 t}{t^2} \xrightarrow{t=t_1}$$

$$\alpha_3 = 2 \frac{2,4\text{m} - 1 \cdot 2\text{m}}{2^2 \text{s}^2} = 0,2 \text{ m/s}^2$$

Βλέπουμε δηλαδή το σώμα να επιταχύνεται προς τα δεξιά, αλλά τότε και η συνισταμένη των δύο δυνάμεων θα είναι προς τα δεξιά και πάνω στον άξονα x, όπως στο διπλανό σχήμα, όπου έχουμε σχεδιάσει τις δυο δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , έτσι ώστε σχηματίζοντας το παραλληλόγραμμο, η συνισταμένη  $\Sigma \vec{F}$  να έχει την κατεύθυνση του άξονα x (την κατεύθυνση της ταχύτητας).



Από τον 2° νόμο του Νεύτωνα, παίρνουμε για το μέτρο της συνισταμένης:

$$\Sigma F = m a_3 \rightarrow \Sigma F = 2 \cdot 0,2 \text{ N} = 0,4 \text{ N}$$

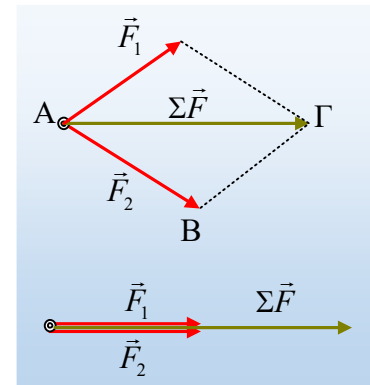
Βλέπουμε δηλαδή ότι η συνισταμένη δύναμη έχει το ίδιο μέτρο με τις δύο ασκούμενες δυνάμεις! Αλλά τότε το παραλληλόγραμμο που σχεδιάσαμε, με ίσες πλευρές (έναν ρόμβο), αποτελείται από δύο ισόπλευρα τρίγωνα, οπότε για τις γωνίες που σχηματίζουν οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  με την διεύθυνση x, θα έχουμε  $\varphi = \theta = 60^\circ$ .

### Σχόλια:

- Γενικά η σύνθεση δύο δυνάμεων πραγματοποιείται με τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Αλλά στο τρίγωνο ABΓ κάθε πλευρά είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων πλευρών, δηλαδή με βάση το διπλανό σχήμα:

$$(A\Gamma) < (AB) + (B\Gamma) \rightarrow \Sigma F < F_1 + F_2.$$

Η συνισταμένη δύναμη είναι δηλαδή πάντα μικρότερη από το άθροισμα των δύο συνιστωσών, αν αυτές σχηματίζουν μεταξύ τους κάποια γωνία. Μόνο αν οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση, τότε η συνισταμένη αποκτά το μέγιστο μέτρο, αφού  $\Sigma F = F_1 + F_2$ .



- Στο τελευταίο ερώτημα, θα μπορούσαμε να δουλέψουμε με ανάλυση των δύο δυνάμεων σε δύο κάθετους άξονες x και y και με ... λίγη τριγωνομετρία να καταλήξουμε στο ίδιο αποτέλεσμα.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)