

## Η ορμή και το μήκος κύματος ηλεκτρονίου-φωτονίου

Ένα αρχικά ακίνητο ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τάση  $V=20V$ , αποκτώντας κινητική ενέργεια  $K_1$ .

- i) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια που αποκτά το ηλεκτρόνιο, καθώς και η τελική ταχύτητα και ορμή του.
- ii) Ποιο το μήκος κύματος de Broglie του κινούμενου ηλεκτρονίου;
- iii) Ένα φωτόνιο έχει ενέργεια ίση με την κινητική ενέργεια  $K_1$  του ηλεκτρονίου.
  - α) Ποιο το μήκος κύματος του φωτονίου;
  - β) Να βρεθεί η ορμή του φωτονίου.
- iv) Μια σφαίρα μάζας 10g κινείται με ταχύτητα 300m/s. Να συγκριθεί η ορμή και το μήκος κύματος de Broglie της σφαίρας, με τις αντίστοιχες τιμές για το ηλεκτρόνιο και το φωτόνιο, που υπολογίσαμε προηγούμενα.

Δίνεται  $q_e=-1,6 \cdot 10^{-19}C$ ,  $m_e=9 \cdot 10^{-31}kg$ ,  $h=6,6 \cdot 10^{-34}Js$  και  $c=3 \cdot 10^8m/s$ .

### Απάντηση:

- i) Αφού το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τάση 20V, ξεκινώντας από την ηρεμία, αποκτά κινητική ενέργεια, ίση με το έργο της δύναμης του πεδίου, δηλαδή 20eV:

$$K_1 = 20eV = 20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J = 3,2 \cdot 10^{-18} J$$

Αλλά τότε για την ταχύτητα και την ορμή του ηλεκτρονίου θα έχουμε:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-18} J}{9 \cdot 10^{-31} kg}} = \sqrt{\frac{64}{9} \cdot 10^{12} m/s} = \frac{8}{3} \cdot 10^6 m/s$$

Βλέπουμε ότι η ταχύτητα αυτή είναι πολύ μικρή, σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός, οπότε δεν υπάρχει λόγος να σκεφτούμε σχετικιστικά...

$$p_e = m v = 9 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{8}{3} \cdot 10^6 kgm/s = 24 \cdot 10^{-25} kgm/s$$

- ii) Για το μήκος κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου αυτού έχουμε:

$$\lambda_e = \frac{h}{p_e} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{24 \cdot 10^{-25}} m = \frac{11}{4} \cdot 10^{-10} m = 2,75 nm$$

- iii) Αν το φωτόνιο έχει ενέργεια  $E_\varphi=20eV=3,2 \cdot 10^{-18}J$ , τότε:

- α) Για το μήκος κύματος θα έχουμε:

$$E_{\varphi} = hf = \frac{hc}{\lambda_{\varphi}} \rightarrow \lambda_{\varphi} = \frac{hc}{E_{\varphi}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-18}} m = 6,18 \cdot 10^{-8} m = 61,8 nm$$

β) Ενώ για την ορμή του φωτονίου:

$$p_{\varphi} = \frac{h}{\lambda_{\varphi}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{61,8 \cdot 10^{-9}} kgm / s \approx 1 \cdot 10^{-25} kgm / s$$

iv) Η κινούμενη σφαίρα έχει ορμή:

$$p_{\sigma} = m_{\sigma} v_{\sigma} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 300 kgm / s = 3 kgm / s$$

Να συγκρίνουμε την παραπάνω ορμή με τις ορμές ηλεκτρονίου και φωτονίου; Παρότι το ηλεκτρόνιο έχει 24 φορές μεγαλύτερη ορμή από το φωτόνιο, η ορμή και των δύο είναι 25 τάξεις μεγέθους μικρότερη από την ορμή της σφαίρας! Τι σημαίνει αυτό; Ότι η ορμή της σφαίρας είναι ίση με την ορμή που μεταφέρουν  $10^{25}$  φωτόνια (ας αφήσουμε στην άκρη το  $3 \times \dots$ ) και επίσης ίση με την ορμή ίσου (περίπου) αριθμού ηλεκτρονίων!!!

Όσον αφορά το μήκος κύματος της σφαίρας κατά de Broglie, έχουμε:

$$\lambda_{\sigma} = \frac{h}{p_{\sigma}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{3} m \approx 2,2 \cdot 10^{-34} m = 2,2 \cdot 10^{-25} nm!!!$$

Προφανώς ποτέ δεν πρόκειται να μετρηθεί ένα τόσο μικρό μήκος κύματος ή αν προτιμάτε η σφαίρα δεν εμφανίζει κυματικές ιδιότητες αφού είναι ένα σώμα του μακρόκοσμου... Το φωτόνιο παρουσιάζει μεγαλύτερο μήκος κύματος από το ηλεκτρόνιο, αλλά και τα δύο έχουν μήκη κύματος της τάξης των nm. Χρειάζονται όμως  $10^{25}$  μήκη κύματος της σφαίρας για να φτάσουμε στο μήκος κύματος του ηλεκτρονίου!!!

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)