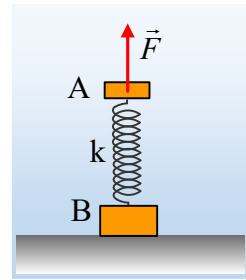


Το χάσιμο της επαφής και η επιστροφή

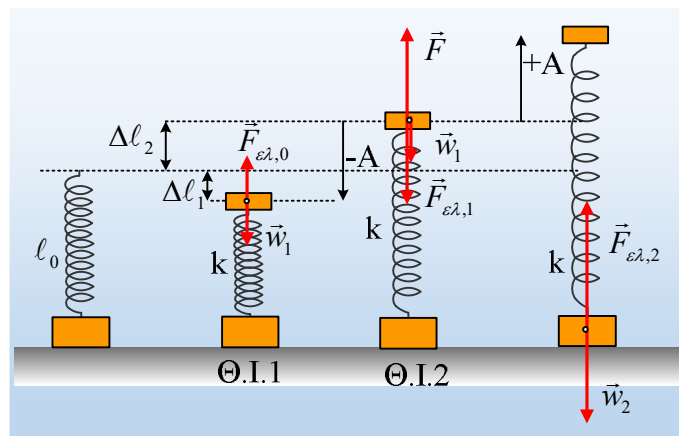
Τα σώματα A και B με μάζες m και 3m αντίστοιχα, είναι δεμένα στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου και ισορροπούν όπως στο σχήμα, με το ελατήριο σε κατακόρυφη θέση, ενώ το B στηρίζεται στο έδαφος. Σε μια στιγμή ασκούμε στο σώμα A μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F=3mg$, όπως στο σχήμα.



- i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα B, κάποια στιγμή θα χάσει την επαφή με το έδαφος, επιταχυνόμενο προς τα πάνω.
- ii) Να εξετάσετε αν το σώμα B, μετά την ανύψωσή του, κάποια στιγμή θα επιστρέψει στην αρχική του θέση, κτυπώντας στο έδαφος.

Απάντηση.

Στο παρακάτω σχήμα, φαίνεται το φυσικό μήκος του ελατηρίου, η αρχική θέση ισορροπίας (Θ.Ι.1) και η θέση ισορροπίας, μετά την άσκηση της δύναμης F, καθώς και η πάνω ακραία θέση με απομάκρυνση $y=+A$ του σώματος A, στην οποία πρόκειται να φτάσει, αν το σώμα B μείνει σε επαφή με το έδαφος. Με την παραπάνω υπόθεση, το A σώμα εκτελεί μια αρμονική ταλάντωση, γύρω από την θέση ισορροπίας 2.



- i) Στην αρχική θέση ισορροπίας του σώματος A, ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_A = 0 \rightarrow F_{ελ,0} - mg = 0 \rightarrow k \cdot \Delta l_1 = mg \rightarrow \Delta l_1 = \frac{mg}{k}$$

Όπου Δl_1 η συσπείρωση του ελατηρίου.

Στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος A (Θ.Ι.2), το ελατήριο έχει επιμήκυνση Δl_2 και ισχύει:

$$\Sigma \vec{F}_A = 0 \rightarrow F - F_{ελ,1} - mg = 0 \rightarrow k \cdot \Delta l_2 = F - mg \rightarrow \Delta l_2 = \frac{3mg - mg}{k} = \frac{2mg}{k}$$

Οπότε το A σώμα εκτελεί ταλάντωση με πλάτος A, όπου:

$$A = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \frac{mg}{k} + \frac{2mg}{k} = \frac{3mg}{k}$$

Αλλά τότε φτάνοντας το σώμα Α στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του, έχει επιμηκύνει το ελατήριο κατά:

$$\Delta \ell_{max} = \Delta \ell_2 + A = \frac{2mg}{k} + \frac{3mg}{k} = \frac{5mg}{k}$$

Στην περίπτωση αυτή, το ελατήριο ασκεί στο σώμα Β, κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω, με μέτρο:

$$F_{ελ.2} = k \Delta \ell_{max} = k \cdot \frac{5mg}{k} = 5mg$$

Μια δύναμη πολύ μεγαλύτερη του βάρους του που είναι $w_2=3mg$. Τι σημαίνει αυτό;

Σημαίνει ότι πριν φτάσει το σώμα Α στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του, το ελατήριο έχει αποκτήσει μια επιμήκυνση $\frac{3mg}{k}$, οπότε ασκεί δύναμη στο σώμα Β προς τα πάνω, ίση κατά μέτρο με το βάρος, με αποτέλεσμα το σώμα να χάνει την επαφή του με το έδαφος, επιταχυνόμενο προς τα πάνω.

ii) Για όσο χρόνο το σύστημα των δύο σωμάτων και ελατήριο βρίσκεται στον αέρα, χωρίς να έρχεται σε επαφή με το έδαφος, ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα μας δίνει:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{p}_{ολ}}{dt} = \Sigma \vec{F}_{εξ} &\rightarrow \frac{dp_{ολ}}{dt} = F - w_1 - w_2 \rightarrow \frac{dp_{ολ}}{dt} = 3mg - mg - 3mg \rightarrow \\ \frac{dp_{ολ}}{dt} &= -mg \rightarrow \Delta p_{ολ} = -mg \cdot \Delta t \end{aligned}$$

Βλέπουμε δηλαδή ότι το σύστημα παρουσιάζει έναν σταθερό ρυθμό μεταβολής της ορμής, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται μια μεταβολή της ορμής, ανάλογη του χρόνου, με φορά προς τα κάτω. Αλλά τότε αργά ή γρήγορα το σώμα Β θα κτυπήσει στο έδαφος.

Εναλλακτικά θα μπορούσαμε να μιλήσουμε για το κέντρο μάζας του συστήματος, που για όσο χρόνο το σύστημα δεν βρίσκεται σε επαφή με το έδαφος, αποκτά σταθερή επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Sigma F_{εξ} = M\alpha_{cm} \rightarrow \alpha_{cm} = \frac{3mg + mg - 3mg}{4m} = \frac{1}{4}g$$

Αλλά αν το ελατήριο παραμένει κατακόρυφο ενώ το κέντρο μάζας έχει κατακόρυφη επιτάχυνση προς τα κάτω, το σώμα Β θα επιστρέψει στο έδαφος.

dmargaris@gmail.com