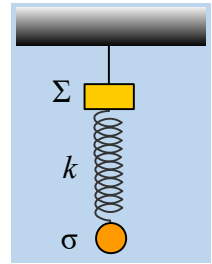


Προσοχή μην λυγίσει το νήμα

Μια σφαίρα σ μάζας m ηρεμεί στο κάτω άκρο Ο ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k και αμελητέας μάζας, το πάνω άκρο του οποίου έχει δεθεί σε σώμα Σ μάζας $2m$, που κρέμεται μέσω νήματος από το ταβάνι, όπως στο σχήμα. Δίνονται $m=1\text{kg}$, $k=50\text{N/m}$ και $g=10\text{m/s}^2$.



- i) Αφού υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, να βρείτε την δύναμη που ασκεί στο σώμα Σ, το κατακόρυφο νήμα.
- ii) Εκτρέπουμε την σφαίρα σ κατακόρυφα προς τα πάνω κατά h_1 και την αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ.
 - α) Ποια η μέγιστη αρχική εκτροπή αν θέλουμε η τιμή της τάσης του νήματος να είναι πάντα μεγαλύτερη ή ίση από 20N.
 - β) Μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται στην παραπάνω περίπτωση, η τάση του νήματος που ασκείται στο σώμα Σ;
- iii) Ποια η μέγιστη αντίστοιχη κατακόρυφη εκτροπή της σφαίρας h_2 , ώστε στη διάρκεια της ταλάντωσης της σφαίρας σ, να μην χαλαρώσει το νήμα;
- iv) Κάποια στιγμή t_1 όπου η σφαίρα έχει επιτάχυνση $a_1=2\text{m/s}^2$ με φορά προς τα πάνω, το νήμα από το οποίο κρέμεται το σώμα Σ, κόβεται. Να βρεθούν οι επιταχύνσεις των δύο σωμάτων, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα, βλέπουμε το ελατήριο στο φυσικό του μήκος και στην θέση ισορροπίας Ο της σφαίρας, καθώς και τις δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα. Από την ισορροπία της σφαίρας σ, παίρνουμε:

$$\sum \vec{F}_\sigma = 0 \rightarrow F_{ελ} - w = 0 \rightarrow k\Delta\ell = mg \rightarrow$$

$$\Delta\ell = \frac{mg}{k} = \frac{1 \cdot 10}{50} m = 0,2m$$

Ενώ από την ισορροπία του σώματος Σ παίρνουμε:

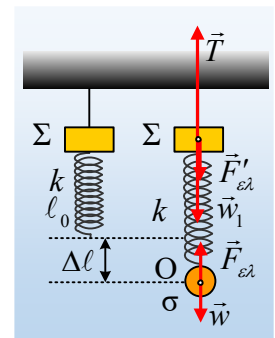
$$\sum \vec{F}_\Sigma = 0 \rightarrow T - F'_{ελ} - w_1 = 0 \rightarrow T = k\Delta\ell + m_1g \quad (1) \rightarrow$$

$$T = mg + m_1g = 3mg = 3 \cdot 1 \cdot 10\text{N} = 30\text{N}$$

- ii) Από την παραπάνω σχέση (1) προκύπτει ότι η τάση του νήματος έχει μέτρο:

$$T = k\Delta\ell + m_1g = k\Delta\ell + 20\text{N}$$

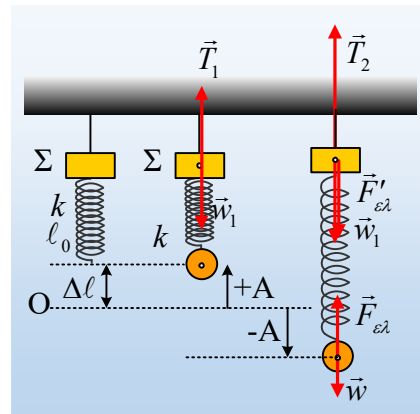
- α) Η παραπάνω τάση θα είναι μεγαλύτερη από 20N, αν η δύναμη από το ελατήριο έχει κατεύθυνση προς τα κάτω, όπως και στο παραπάνω σχήμα. Αυτό θα συμβαίνει αν το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί, πράγμα που σημαίνει ότι η αρχική κατακόρυφη εκτροπή της σφαίρας h_1 , πρέπει να είναι μικρότερη ή οριακά ίση με την αρχική επιμήκυνση $\Delta\ell$ του ελατηρίου. Άρα $h_{1,max}=0,2m$.



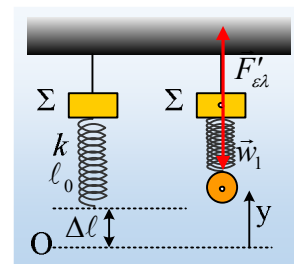
β) Αν εκτρέψουμε την σφαίρα κατά $h_1=0,2m$, τότε αυτή θα εκτελέσει ΑΑΤ με πλάτος $A_1=0,2m$, με αποτέλεσμα η δύναμη του ελατηρίου να αποκτά το ελάχιστο μέτρο, την στιγμή που η σφαίρα βρίσκεται στην άνω ακραία θέση, με απομάκρυνση $y_1=+A_1$, ενώ μέγιστο μέτρο, την στιγμή που η σφαίρα θα βρίσκεται στην πιο χαμηλή θέση της τροχιάς της, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Με βάση αυτά θα έχουμε:

$$T_{min}=T_1=m_1g=20N$$

$$T_{max}=T_2=w_1+F'_{ελ}=2mg+k \cdot 2\Delta\ell =40N$$



iii) Στις παραπάνω ερωτήσεις το ελατήριο είχε κάποια επιμήκυνση, με αποτέλεσμα η δύναμη από το ελατήριο στο σώμα Σ, να έχει κατεύθυνση προς τα κάτω. Αντίθετα αν το ελατήριο συσπειρωθεί, τότε θα ασκήσει στο Σ, δύναμη με φορά προς τα πάνω, πράγμα που θα οδηγήσει στην μείωση της τάσης του νήματος. Αλλά τότε μεγαλώνοντας την συσπείρωση, θα έρθουμε στην κατάσταση η δύναμη του ελατηρίου να εξουδετερώνει το βάρος του σώματος Σ και να μηδενίζεται η τάση του νήματος. Παραπέρα μείωση του μήκους του ελατηρίου θα οδηγήσει σε χαλάρωση του νήματος, αφού το Σ θα επιταχυνθεί προς τα πάνω. Για την περίπτωση του μηδενισμού της τάσης θα έχουμε:



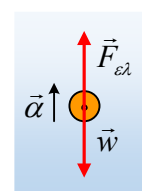
$$\Sigma \vec{F}_\Sigma = 0 \rightarrow F'_{ελ} - w_1 = 0 \rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1g \rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{2mg}{k} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 10}{50} m = 0,4m$$

Αλλά τότε η αρχική προς τα πάνω εκτροπή h_2 , θα είναι ίση:

$$h_2 = \Delta\ell + \Delta\ell_1 = 0,2m + 0,4m = 0,6m$$

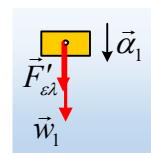
iv) Ελάχιστα πριν το κόψιμο του νήματος, η σφαίρα επιταχύνεται προς τα πάνω, ενώ πάνω της ασκούνται οι δυνάμεις του διπλανού σχήματος. Από 2^ο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε:

$$\Sigma \vec{F}_\sigma = m\vec{a} \rightarrow F_{ελ} - mg = ma \rightarrow F_{ελ} = m(g + a) = 1 \cdot (10 + 2) N = 12N$$



Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος, το ελατήριο συνεχίζει να έχει την ίδια επιμήκυνση, οπότε η σφαίρα θα έχει ξανά επιτάχυνση $2m/s^2$, με φορά προς τα πάνω.

Αντίστοιχα το σώμα Σ, θα δέχεται δύναμη από το ελατήριο, με φορά προς τα κάτω, με μέτρο 12N, οπότε αποκτά επιτάχυνση με φορά προς τα κάτω:



$$\Sigma \vec{F}_\Sigma = m_1\vec{a}_1 \rightarrow F'_{ελ} + m_1g = m_1a_1 \rightarrow a_1 = g + \frac{F'_{ελ}}{m_1} = 10m/s^2 + \frac{12}{2} m/s^2 = 16m/s^2$$

dmargaris@gmail.com