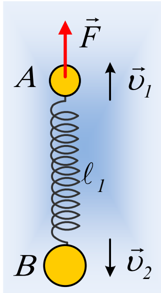
Άλλο ένα σύστημα σωμάτων κινείται κατακόρυφα



Στα άκρα ενός ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς k=100N/m και με φυσικό μήκος l_0=60cm, έχουμε δέσει δυο μικρές σφαίρες Α και Β με μάζες m_1=0,2kg και m_2=0,3kg. Δένουμε τη σφαίρα Α με νήμα, μέσω του οποίου της ασκούμε μια κατακόρυφη μεταβλητή δύναμη F. Κάποια στιγμή t_1 το ελατήριο έχει μήκος l_1=68cm και οι σφαίρες ταχύτητες μέτρων $υ_1$=5m/s και $υ_2$=2m/s, όπως στο σχήμα, ενώ η δύναμη έχει μέτρο F=5N, το οποίο και διατηρούμε πλέον σταθερό. Για τη στιγμή t_1:

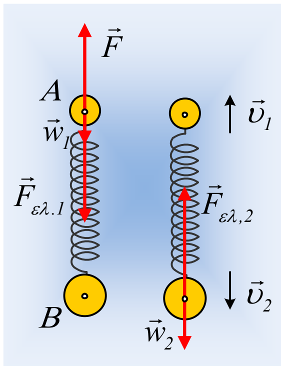
i) Να υπολογιστεί η ορμή κάθε μπάλας και η συνολική ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.

ii) Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής κάθε σφαίρας καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συστήματος.

iii) Να υπολογιστεί η συνολική ορμή του συστήματος τη στιγμή $t_2=t_1$+2s.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Απάντηση:



Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί (σε διαφορετικά σχήματα) οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σφαίρα, όπου $F_{ελ,1}$ και $F_{ελ,2}$ οι δυνάμεις από το ελατήριο με μέτρο $F_{ελ,1} = F_{ελ,2}$ =k·Δl.

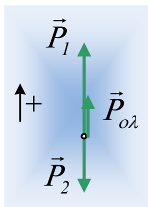
i) Θεωρώντας την προς τα πάνω ως θετική, έχουμε για τις ορμές:

$$\vec{P} = m\vec{υ} \rightarrow$$

$$P_1=m_1υ_1=0,2kg·5m/s= 1\ kg·m/s$$

$$P_2=m_2υ_2=0,3kg·(-2)m/s = -\ 0,6\ kg·m/s$$

Όσον αφορά τη συνολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων έχουμε:



$$\vec{P}_{ολ} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

$$P_{ολ}=P_1+P_2= 1\ kg·m/s+(-0,6)\ kg·m/s= 0,4\ kg·m/s$$

Να σημειωθεί ότι θετική τιμή ορμής σημαίνει διάνυσμα με φορά προς τα πάνω και αρνητική τιμή, διάνυσμα με φορά προς τα κάτω, όπως στο διπλανό σχήμα.

ii) Ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα για ένα σώμα δίνει:

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F}$$

Τον εφαρμόζουμε, για κάθε σφαίρα, όπου οι δυνάμεις σε κάθε σφαίρα φαίνονται στο σχήμα και λαμβάνοντας ως θετική την προς τα άνω φορά, οπότε α=- g=-10m/s^2, παίρνουμε:

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta t} = F + w_1 + F_{ελ,1} = F - m_1 g - k\Delta\ell \rightarrow$$

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta t} = 5N - 0{,}2kg \cdot 10m/s^2 - 100 \cdot 0{,}08N = -5kg \cdot m/s^2$$

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta t} = F_{\varepsilon\lambda.2} + w_2 = k\Delta\ell - m_2 g \rightarrow$$

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta t} = 100 \cdot 0{,}08N - 0{,}3kg \cdot 10m/s^2 = 5kg \cdot m/s^2$$

Αλλά και για το σύστημα:

$$\frac{\Delta P_{o\lambda}}{\Delta t} = \Sigma F = F + F_{\varepsilon\lambda,1} + F_{\varepsilon\lambda,2} + w_1 + w_2 \rightarrow$$

Αλλά $F_{\varepsilon\lambda,1}$=-$F_{\varepsilon\lambda,2}$ οπότε $F_{\varepsilon\lambda,1}$+$F_{\varepsilon\lambda,2}$ =0, οπότε:

$$\frac{\Delta P_{o\lambda}}{\Delta t} = \Sigma F = F + w_1 + w_2 = \Sigma F_{\varepsilon\xi}$$

Όπου $\Sigma F_{\varepsilon\xi}$ η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα. Οπότε:

$$\frac{\Delta P_{o\lambda}}{\Delta t} = F + w_1 + w_2 = 5N - 2N - 3N = 0$$

Εναλλακτικά έχουμε:

$$\frac{\Delta P_{o\lambda}}{\Delta t} = \frac{\Delta P_1}{\Delta t} + \frac{\Delta P_2}{\Delta t} = -5kg \cdot m/s^2 + 5kg \cdot m/s^2 = 0$$

iii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, αφού η δύναμη F παραμένει σταθερή, η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδενική και το σύστημα είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του παραμένει σταθερή. Έτσι και τη χρονική στιγμή t_2=t_1+2s η συνολική ορμή έχει τιμή:

$$P_{o\lambda,2} = 0{,}4\ kg \cdot m/s$$

dmargaris@gmail.com