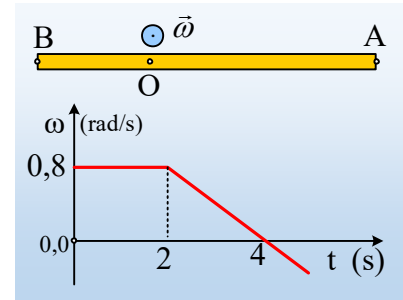


Μια ράβδος περιστρέφεται

Μια ράβδος AB, μήκους $l=3\text{m}$, στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το σημείο της O, όπου $(BO)=1\text{m}$. Στο παρακάτω διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου σε συνάρτηση με το χρόνο. Αν την στιγμή $t_1=1\text{s}$ η ράβδος βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο σχήμα:



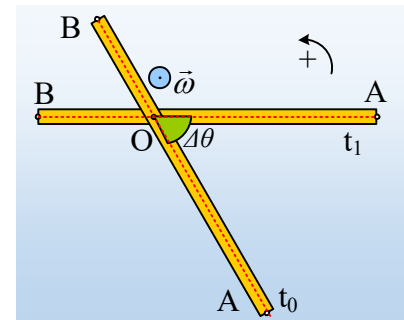
- i) Να βρεθεί η θέση της ράβδου τη στιγμή $t_0=0$.
- ii) Να σημειωθούν πάνω στο σχήμα, για τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$, η γραμμική ταχύτητα, η επιτροχια επιτάχυνση και η κεντρομόλος επιτάχυνση, για τα άκρα A και B της ράβδου και στη συνέχεια να υπολογιστούν τα μέτρα τους.
- iii) Σε ποια θέση βρίσκεται η ράβδος τη στιγμή $t_2=4\text{s}$; Για τη στιγμή αυτή:
 - α) Να υπολογιστούν ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου
 - β) Να σχεδιαστεί ένα σχήμα που να φαίνεται η ταχύτητα του άκρου A της ράβδου και στη συνέχεια να υπολογισθούν το μέτρο της και ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της.

Απάντηση.

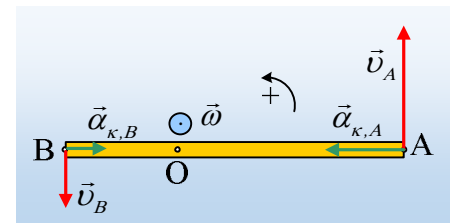
- i) Από 0-2s η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της ράβδου παραμένει σταθερή, συνεπώς σε χρονικό διάστημα $\Delta t=t_1=1\text{s}$, η ράβδος στρέφεται κατά γωνία θ , όπου:

$$\Delta\theta = \omega\Delta t = \omega t_1 = 0,8 \cdot 1\text{rad} = 0,8\text{rad}$$

Με δεδομένη την φορά περιστροφής (η γωνιακή ταχύτητα δόθηκε θετική), αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού, βρίσκουμε ότι για $t=0$ η ράβδος βρίσκεται στη θέση του διπλανού σχήματος, όπου η γωνία $\Delta\theta=0,8\text{rad}$ περίπου ίση με $45,8^\circ$



- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί τα ζητούμενα διανύσματα. Λείπουν!!! τα διανύσματα για τις επιτροχιας επιταχύνσεις, αφού από 0-2s έχουμε σταθερή γωνιακή ταχύτητα, οπότε τα άκρα A και B κινούνται με ταχύτητες σταθερού μέτρου και δεν έχουμε επιτροχιας επιταχύνσεις. Όσον αφορά τα μέτρα τους, έχουμε:



Για τις ταχύτητες:

$$v_A = \omega r_A = \omega \cdot (OA) = 0,8 \cdot 2\text{m/s} = 1,6\text{m/s}$$

$$v_B = \omega r_B = \omega \cdot (OB) = 0,8 \cdot 1\text{m/s} = 0,8\text{m/s}$$

Για τις κεντρομόλους επιταχύνσεις:

$$\alpha_{A,\kappa} = \frac{v_A^2}{r_A} = \omega^2 r_A = \omega^2 \cdot (OA) = 0,8^2 \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 1,28 \text{ m/s}^2$$

$$\alpha_{B,\kappa} = \frac{v_B^2}{r_B} = \omega^2 r_B = \omega^2 \cdot (OB) = 0,8^2 \cdot 1 \text{ m/s}^2 = 0,64 \text{ m/s}^2$$

iii) Στο διάγραμμα ω - t , το εμβαδόν του τραpezίου του σχήματος (κίτρινου χρώματος), είναι αριθμητικά ίσο με την γωνία περιστροφής της ράβδου $\Delta\theta_4$, μέχρι την στιγμή $t_2=4\text{s}$ (θυμηθείτε ότι στο αντίστοιχο διάγραμμα v - t , το εμβαδόν του χωρίου μας δίνει την μετατόπιση).

$$\Delta\theta_4 = \frac{B + \beta}{2} \nu = \frac{4 + 2}{2} 0,8 \text{ rad} = 2,4 \text{ rad}$$

Συνεπώς η θέση της ράβδου είναι αυτή που δείχνει το διπλανό σχήμα, όπου η γωνία περιστροφής $\Delta\theta_4=2,4\text{rad}$, περίπου ίση με $137,5^\circ$.

α) Στο διάγραμμα ω - t η κλίση μας δίνει την γωνιακή επιτάχυνση του στερεού. Αλλά με βάση το διπλανό διάγραμμα η κλίση παραμένει σταθερή σε όλο το χρονικό διάστημα από 2s έως 4s. Έτσι η στιγμιαία γωνιακή επιτάχυνση την στιγμή t_2 , είναι ίση και με την μέση γωνιακή επιτάχυνση στο διάστημα 2s-4s:

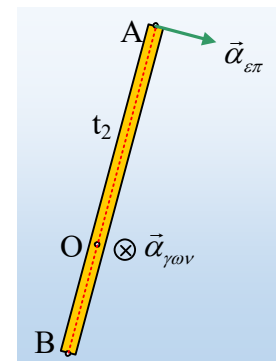
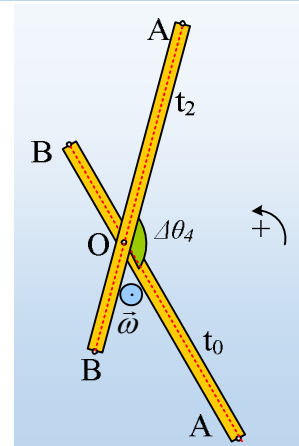
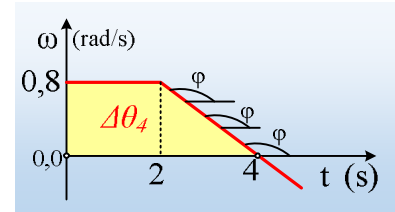
$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 0,8}{4 - 2} \text{ rad/s}^2 = -0,4 \text{ rad/s}^2$$

Η παραπάνω γωνιακή επιτάχυνση, είναι κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τα μέσα, αντίθετης κατεύθυνσης από την αρχική γωνιακή ταχύτητα.

β) Προφανώς αφού $\omega=0$ και η (γραμμική) ταχύτητα του άκρου A είναι μηδενική. Όμως το άκρο A μπορεί να μην έχει ταχύτητα, να μην έχει κεντρομόλο επιτάχυνση, έχει όμως επιτροχια επιτάχυνση, όπως στο διπλανό σχήμα, υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας. Έτσι ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας, έχει μέτρο:

$$|\alpha_{\varepsilon\pi}| = \frac{d|v|}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r = |\alpha_{\gamma\omega\nu}| r = 0,4 \cdot 2 \text{ m/s}^2 = 0,8 \text{ m/s}^2$$

Η επιτροχια αυτή επιτάχυνση είναι κάθετη στην ακτίνα (OA) και η φορά της καθορίζεται από την φορά της γωνιακής επιτάχυνσης.



dmargaris@gmail.com