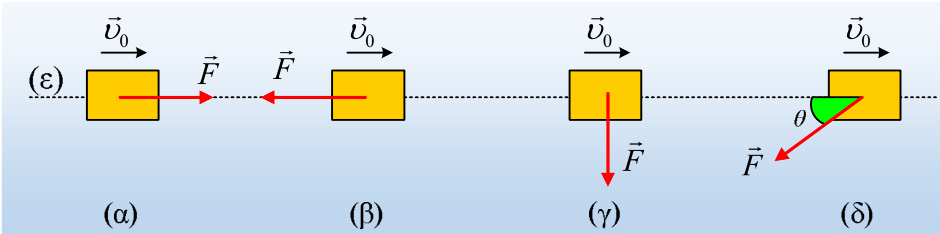
Η ορμή και η μεταβολή της

Ένα υλικό σημείο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, κατά μήκος μιας ευθείας (ε), έχοντας ορμή p_0=6kgm/s. Σε μια στιγμή t=0, στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη, μέτρου F=2N, μέχρι τη στιγμή t_1=4s. Να βρεθούν η μεταβολή της ορμής και η τελική του ορμή (κατεύθυνση και μέτρο) του σώματος, για τις παρακάτω περιπτώσεις, όπου στα σχήματα φαίνονται τα διανύσματα της αρχικής ταχύτητας και της ασκούμενης δύναμης (τα σχήματα σε κάτοψη).



Δίνεται για την περίπτωση του σχήματος (δ), ότι συνθ=3/4.

Απάντηση:

Από τον γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F} \quad (1)$$

Όπου εδώ η συνισταμένη δύναμη είναι η οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, αφού βάρος και κάθετη αντίδραση του επιπέδου, οι κατακόρυφες δυνάμεις, έχουν μηδενική συνισταμένη. Αλλά αφού η δύναμη $\vec{F}$ παραμένει σταθερή, θα έχουμε και σταθερό ρυθμό μεταβολής της ορμής (και κατεύθυνση και μέτρο), με αποτέλεσμα να μπορούμε από την σχέση (1) να υπολογίσουμε την μεταβολή της ορμής του σώματος, στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0 =$ 4s:

$$\Delta\vec{p} = \Sigma\vec{F} \cdot \Delta t$$

Η παραπάνω μεταβολή της ορμής $\Delta\vec{p}$ θα έχει, σε κάθε περίπτωση, την κατεύθυνση της δύναμης και μέτρο:

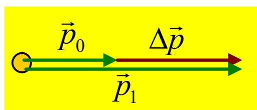
$$\Delta p = F \cdot \Delta t = 2 \cdot 4kgm/s = 8kgm/s$$

Να τονισθεί ότι το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής είναι:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 \rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_0 + \Delta\vec{p} \quad (2)$$

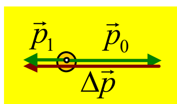
Ας έρθουμε τώρα να δούμε κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις.

α) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα της αρχικής, της μεταβολής της ορμής και της τελικής ορμής. Για το μέτρο της τελικής ορμής έχουμε:



$$|p_1| = |p_0| + |\Delta p| = 6kgm/s + 8kgm/s = 14kgm/s$$

β) Στην περίπτωση αυτή η μεταβολή της ορμής έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική



ορμή, οπότε και η τελική ορμή έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά και μέτρο:

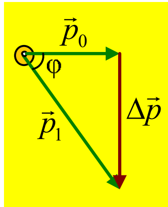
$$|p_1| = |\Delta p| - |p_0| = 8kgm/s - 6kgm/s = 2kgm/s$$

Εναλλακτικά θα μπορούσανε να δουλέψουμε με αλγεβρικές τιμές, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, οπότε να γράψουμε:

$$p_1 = p_0 + \Delta p = 6kgm/s + (-8)kgm/s = -2kgm/s$$

Οπότε συμπεραίνεται ότι η τελική ορμή έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική ορμή p_0.

γ) Η εφαρμογή της εξίσωσης (2) οδηγεί τώρα στο διπλανό σχήμα. Για το μέτρο της τελικής ορμής p_1 θα έχουμε:

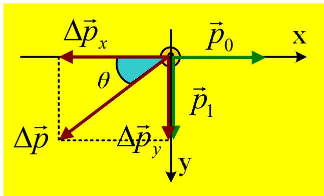


$$|p_1| = \sqrt{p_0^2 + (\Delta p)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2}kgm/s = 10kgm/s$$

Ενώ η κατεύθυνση της τελικής ορμής, σχηματίζει με την αρχική ορμή γωνία φ, όπου:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{|\Delta p|}{|p_0|} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

δ) Μπορούμε τώρα να αναλύσουμε το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής, σε δυο κάθετους άξονες, όπου ο x έχει την διεύθυνση της αρχικής ορμής, και ο y είναι κάθετος προς αυτόν. Για τα μέτρα τους θα έχουμε:



$$|\Delta p_x| = |\Delta p| \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 8 \cdot \frac{3}{4} kgm/s = 6kgm/s \quad \text{και}$$

$$|\Delta p_y| = |\Delta p| \cdot \eta\mu\theta = |\Delta p| \cdot \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta} = 8 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} kgm/s = 2\sqrt{7}kgm/s$$

Οπότε για την τελική ορμή στους δυο άξονες, θα έχουμε:

$$p_{1x} = p_0 - \Delta p_x = 6kgm/s - 6kgm/s = 0 \text{ και}$$

$$p_{1Y} = \Delta p_y = 2\sqrt{7}kgm/s = p_1$$

dmargaris@gmail.com