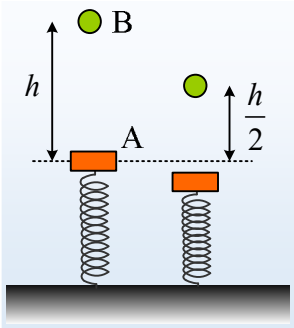
Η ενέργεια ταλάντωσης και δύο κρούσεις



1) Μια πλάκα Α εκτελεί μια κατακόρυφη αατ, δεμένη στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, με ενέργεια ταλάντωσης E_1. Αφήνουμε από ορισμένο ύψος μια σφαίρα μάζας m, η οποία αφού διανύσει απόσταση h, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την πλάκα, με αποτέλεσμα μετά την κρούση να φτάνει σε ύψος ½ h, από την θέση κρούσης, ενώ το πλάτος ταλάντωσης της πλάκας διπλασιάζεται. Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση:

α) E_1=mgh, β) E_1= ½ mgh, γ) E_1= 1/3 mgh, δ) E_1= 1/6 mgh.

2) Η παραπάνω πλάκα, με μάζα m, ηρεμεί στο πάνω άκρο του ελατηρίου. Από ύψος h, πάνω από την πλάκα, αφήνεται να πέσει μια σφαίρα, ίσης μάζας m, η οποία συγκρούεται πλαστικά με την πλάκα. Αν Ε η ενέργεια ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, ισχύει:

α) E < ½ mgh, β) E = ½ mgh γ) E > ½ mgh.

Απάντηση:

1) Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την σφαίρα, βρίσκουμε ότι ελάχιστα πριν την κρούση και αμέσως μετά θα έχει κινητική ενέργεια:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = mgh \quad \text{και} \quad \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 = \frac{1}{2}mgh$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων, πριν την κρούση, είναι ίση με την αντίστοιχη κινητική ενέργεια μετά, οπότε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2$$

Προσθέτοντας και στα δυο μέλη της παραπάνω εξίσωσης την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης της πλάκας παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 \rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2\right) + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \left(\frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2\right) + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2$$

$$E_1 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = E_2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kA_1^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}k\left(2A_1\right)^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 \rightarrow$$

$$3\frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_2'^2 \rightarrow 3E_1 = mgh - \frac{1}{2}mgh \rightarrow$$

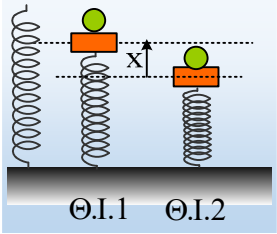
$$E_1 = \frac{1}{6}mgh$$

Σωστό το δ).

2) Από ΑΔΜΕ για την πτώση της σφαίρας, βρίσκουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = mgh \rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gh}$$

Και από ΑΔΟ για την κρούση, παίρνουμε ότι το σύστημα, μετά την πλαστική κρούση αποκτά κοινή ταχύτητα:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \rightarrow m\upsilon = 2m\upsilon_\kappa \rightarrow$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{1}{2}\upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$$

Αλλά η παραπάνω κοινή ταχύτητα, είναι η ταχύτητα στην θέση της κρούσης, η οποία είναι η αρχική θέση ισορροπίας της πλάκας (Θ.Ι.1), ενώ η ταλάντωση που θα ακολουθήσει θα πραγματοποιηθεί γύρω από την Θ.Ι. 2, του συσσωματώματος. Έτσι η ενέργεια της ταλάντωσης αυτής θα είναι ίση:

$$E = U + K = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}2m\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}kx^2 + m\left(\frac{1}{2}\sqrt{2gh}\right)^2 \rightarrow$$

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mgh > \frac{1}{2}mgh$$

Σωστό το γ).

Σχόλιο.

Η απάντηση στο 1ο ερώτημα θα μπορούσε να «στηριχθεί» στην λογική ότι η τελική ενέργεια ταλάντωσης, είναι ίση με την αρχική συν την ενέργεια που πήρε η πλάκα στη διάρκεια της κρούσης. Και το αποτέλεσμα θα ήταν σωστό. Όμως αν κάποιος κινούμενος στην ίδια λογική προσπαθήσει να απαντήσει το δεύτερο ερώτημα, θα έβγαζε ότι:

$$E = E_{\pi\rho\iota\nu} + \Delta E = E_{\pi\rho\iota\nu} + \frac{1}{2}2m\upsilon_\kappa^2 = 0 + \frac{1}{2}mgh = \frac{1}{2}mgh$$

Αποτέλεσμα προφανώς λανθασμένο!

Συμπέρασμα, δεν εφαρμόζουμε αρχή διατήρησης ενέργειας, εμπλέκοντας την «ενέργεια ταλάντωσης». Μπορεί να έχουμε πρόβλημα, αφού αυτή έχει ένα συγκεκριμένο τρόπο υπολογισμού (η θέση ισορροπίας είναι και θέση όπου εκλαμβάνεται ως μηδενική η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης). Έτσι όταν η θέση ισορροπίας αλλάζει, αλλάζει και η θέση αναφοράς μας. Αν θέλουμε ΑΔΜΕ, ας εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ!!!

dmargaris@gmail.com