Μέγιστη κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στο φαινόμενο Compton

Φωτόνιο με μήκος κύματος λ , προσπίπτει σε ακίνητο ελεύθερο ηλεκτρόνιο. Αν η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά το ηλεκτρόνιο μετά την κρούση είναι $K_{e,max}=\frac{2h\cdot c}{\lambda_c}$, τότε ο λόγος $\frac{\lambda}{\lambda_c}$ του μήκους κύματος λ προς το μήκος κύματος Compton λc είναι:

α) $\frac{\lambda}{\lambda_c}=\sqrt{2}$ **β)** $\frac{\lambda}{\lambda_c}=\sqrt{2}-1$ **γ)** $\frac{\lambda}{\lambda_c}=\sqrt{2}+1$

Απάντηση

Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση:
$K_e=E-E'$

όπου Ε και Ε΄ είναι οι ενέργειες του προσπίπτοντος και του σκεδαζόμενου φωτονίου αντίστοιχα.
Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου θα είναι μέγιστη αν η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου είναι ελάχιστη και επειδή $E'=\frac{hc}{\lambda'}$ θα πρέπει το μήκος κύματος λ΄ να είναι μέγιστο.
Απο τη σχέση : ***λ΄-λ=λc(1-συνθ)*** προκύπτει ότι το μήκος κύματος λ΄ θα να είναι μέγιστο όταν ***συνθ=-1*** δηλαδή όταν $\theta=180^o$ **,** οπότε θα είναι $\lambda'_{max}=\lambda+2\lambda_c$.

Επομένως $E'_{min}=\frac{hc}{\lambda'_{max}}$ και για τη μέγιστη κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου θα έχουμε :

$$K_{e,max}=E-E'_{min}\Rightarrow\frac{2hc}{\lambda_c}=\frac{hc}{\lambda}-\frac{hc}{\lambda'_{max}}\Rightarrow\frac{2}{\lambda_c}=\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'_{max}}$$

$$\Rightarrow\frac{2}{\lambda_c}=\frac{\lambda'_{max}-\lambda}{\lambda\cdot\lambda'_{max}}\xrightarrow{\lambda'_{max}-\lambda=2\lambda_c}\frac{2}{\lambda_c}=\frac{2\lambda_c}{\lambda\cdot(\lambda+2\lambda_c)}\Rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda_c}=\frac{\lambda_c}{\lambda\cdot(\lambda+2\lambda_c)}\Rightarrow\boxed{\lambda^2+2\lambda_c\cdot\lambda-\lambda_c^2=0}(1)$$

Οι ρίζες της (1) είναι

$$\lambda_{1,2}=\frac{-2\lambda_c\pm\sqrt{(2\lambda_c)^2-4\cdot(-\lambda_c^2)}}{2}\Rightarrow$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{-2\lambda_c\pm\sqrt{8\lambda_c^2}}{2}\Rightarrow\lambda_{1,2}=\frac{-2\lambda_c\pm2\lambda_c\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\begin{cases}\boxed{\lambda_1=\lambda_c(\sqrt{2}-1)},\textit{δεκτή}\\ \lambda_2=-\lambda_c(\sqrt{2}+1),\textit{απορρίπτεται}\end{cases}$$

Άρα

$\frac{\lambda}{\lambda_c}=\sqrt{2}-1$ **Σωστό το (β)**

Για το Υλικό
Φυσικής – Χημείας
Αϊλαμάκης Γιάννης
gailamakis26@gmail.com