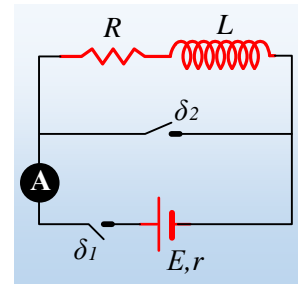


## Αυτεπαγωγή και βραχυκύκλωμα

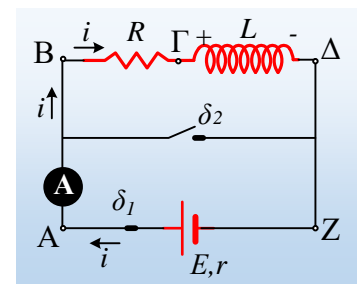
Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  $E=40V$ ,  $r=2\Omega$ ,  $R=4\Omega$ , ενώ το ιδανικό πηνίο παρουσιάζει αυτεπαγωγή  $L=0,2\text{ H}$  και οι δυο διακόπτες είναι ανοικτοί. Σε μια στιγμή  $t_0=0$  κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta_1$  και τη στιγμή  $t_1$ , όπου το ιδανικό αμπερόμετρο δείχνει ένδειξη  $i_1=5\text{ A}$ , κλείνουμε και τον διακόπτη  $\delta_2$ .



- i) Πόση ενέργεια έχει αποθηκευτεί στο πηνίο έως τη στιγμή  $t_1$ ;
- ii) Να υπολογιστεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο, ελάχιστα πριν και αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_2$ .
- iii) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, ελάχιστα πριν και αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_2$ . Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός  $di/dt$  για την ένδειξη του αμπερομέτρου;
- iv) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις (ποιοτικά διαγράμματα):
  - α) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το αμπερόμετρο, σε συνάρτηση με το χρόνο.
  - β) της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη, σε συνάρτηση με το χρόνο.
  - γ) Της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.
  - δ) Της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον διακόπτη  $\delta_2$ .

### Απάντηση:

Μόλις κλείσουμε το διακόπτη  $\delta_1$  το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $i$ , με φορά όπως στο σχήμα, οπότε στο πηνίο εμφανίζεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με την πολικότητα που έχει σημειωθεί με τιμή  $E_{avt} = -L \frac{di}{dt}$ , η ισχύς της οποίας εκφράζει την ενέργεια που απορροφά από το κύκλωμα και την οποία αποθηκεύει στο πηνίο με την μορφή ενέργειας μαγνητικού πεδίου.



- i) Τη στιγμή  $t_1$  που το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $i_1$  η ενέργεια του μαγνητικού του πεδίου είναι ίση:

$$U_1 = \frac{1}{2} Li_1^2 = \frac{1}{2} 0,2 \cdot 5^2 \text{ J} = 2,5 \text{ J}$$

- ii) Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα για μια στιγμή ελάχιστα πριν το κλείσιμο του διακόπτη (η κατάσταση είναι αυτή που δείχνει η παραπάνω εικόνα):

$$\sum (\Delta V) = 0 \rightarrow V_{AB} + V_{B\Gamma} + V_{\Gamma\Delta} + V_{\Delta Z} + V_{ZA} = 0 \rightarrow$$

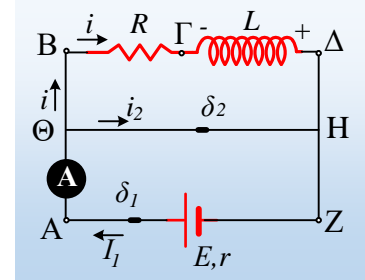
$$0 + i_1 R + E_{av\tau} + 0 + (-V_{\pi\omega\lambda}) = 0 \rightarrow i_1 R + E_{av\tau} - E + i_1 r = 0 \rightarrow$$

$$E - i_1 r - i_1 R - L \frac{di_1}{dt} = 0 \quad (1) \rightarrow$$

$$E_{av\tau} = -L \frac{di_1}{dt} = -E + i_1 r + i_1 R = -40V + 5 \cdot 2V + 5 \cdot 4V = -10V$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο μας λέει ότι έχει αντίθετη πολικότητα από την πηγή E (την οποία θεωρήσαμε ως έχουσα θετική ΗΕΔ), αλλά και αντίθετη φορά από την φορά του ρεύματος i.

Μετά το κλείσιμο του διακόπτη  $\delta_2$ , το πηνίο συνεχίζει να διαρρέεται από ρεύμα της ίδιας φοράς, με πριν και με την ίδια ένταση, η πηγή διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_1$  και ο διακόπτης  $\delta_2$  (ο κλάδος ΘΗ) από ρεύμα έντασης  $i_2$ , όπως στο σχήμα. Οπότε εστιάζοντας στον βρόχο (κλειστή διαδρομή)  $\Theta B \Gamma \Delta H \Theta$ , θα έχουμε από τον νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα:



$$i = \frac{E'_{av\tau}}{R} \rightarrow E'_{av\tau} = -L \frac{di_1}{dt} = i_1 R = 5 \cdot 4V = 20V \quad (2)$$

Αξίζει να προσέξουμε ότι τώρα η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή έχει αλλάξει πολικότητα (το άκρο  $\Delta$  αντιστοιχεί στον θετικό πόλο της πηγής), γι' αυτό και η ΗΕΔ προέκυψε θετική, αντίθετα από προηγούμενα.

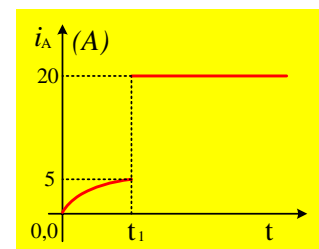
iii) Για τον ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, θα έχουμε:

- Με τον  $\delta_2$  ανοικτό:  $E_{av\tau} = -L \frac{di_1}{dt} \rightarrow \frac{di_1}{dt} = -\frac{E_{av\tau}}{L} = -\frac{-10}{0,2} A/s = +50 A/s$
- Με τον  $\delta_2$  κλειστό:  $E'_{av\tau} = -L \frac{di'_1}{dt} \rightarrow \frac{di'_1}{dt} = -\frac{E'_{av\tau}}{L} = -\frac{20}{0,2} A/s = -100 A/s$

Αντίστοιχα το αμπερόμετρο:

- Με τον  $\delta_2$  ανοικτό, το αμπερόμετρο διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $i$ , ίδια με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, συνεπώς θα έχουμε επίσης  $\frac{di_A}{dt} = +50 A/s$ .
- Μόλις κλείσουμε τον διακόπτη  $\delta_2$ , η πηγή βραχυκυκλώνεται, οπότε διαρρέεται από ρεύμα **σταθερής** έντασης  $I_1 = \frac{E}{r} = \frac{40}{2} A = 20 A$ , οπότε  $\frac{di'_A}{dt} = 0$ .

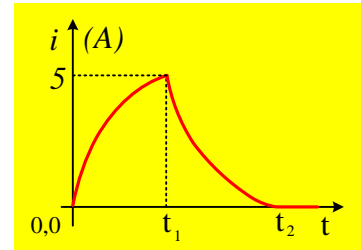
iv) α) Το αμπερόμετρο από  $0-t_1$  διαρρέεται από μεταβαλλόμενης έντασης ρεύμα, ίδιο με αυτό που διαρρέει και το πηνίο. Τη στιγμή  $t_1$  που κλείνουμε το διακόπτη, το ρεύμα που διέρχεται από το αμπερόμετρο έχει ένταση  $I_1=20 A$  και με την υπόθεση ότι στο βρόχο  $A\Theta HZA$  η αυτεπαγωγή είναι



αμελητέα, η τιμή αυτή της έντασης αποκαθίσταται ακαριαία. Έτσι η μορφή της γραφικής παράστασης  $i_A=f(t)$ , είναι αυτή του παραπάνω σχήματος:

- β) Ο αντιστάτης διαρρέεται από ένα ρεύμα η ένταση του οποίου αυξάνεται (όπως στην θεωρία κατά το κλείσιμο του διακόπτη) και πριν προλάβει να πάρει την μέγιστη τιμή του:

$$I_{max} = \frac{E}{R+r} = \frac{40}{4+2} A \approx 6,7 A$$



Κλείνει ο διακόπτης  $\delta_2$ , με αποτέλεσμα η ένταση του ρεύματος να μειώνεται και να μηδενίζεται μετά από λίγο, όπως στο διάγραμμα.

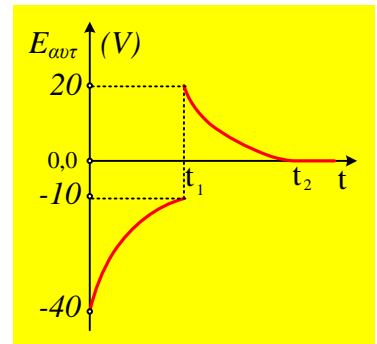
- γ) Από την εξίσωση (1) παίρνουμε για την ΗΕΔ από αυτεπαγωγή του πηνίου, από 0-t<sub>1</sub>:

$$E - i_1 r - i_1 R - L \frac{di_1}{dt} = 0 \rightarrow E_{avt} = -L \frac{di_1}{dt} = -E + i_1 r + i_1 R$$

Η παραπάνω εξίσωση μας λέει ότι η ΗΕΔ, ξεκινά από την τιμή -40V και αυξάνεται (εκθετικά) μέχρι την τιμή -10V τη στιγμή t<sub>1</sub>. Μόλις κλείσουμε το διακόπτη  $\delta_2$  η σχέση (2):

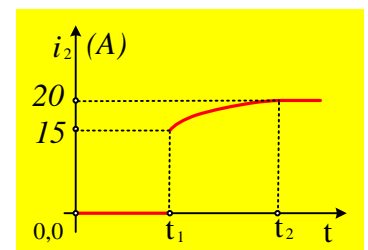
$$E'_{avt} = -L \frac{di_1}{dt} = iR$$

Μας λέει ότι η ΗΕΔ ξεκινά από την τιμή 20V (ερώτηση ii) ) και ακολουθώντας την μορφή της έντασης του ρεύματος, όπως παραπάνω, μηδενίζεται την στιγμή t<sub>2</sub>. Με βάση αυτά η μορφή της γραφικής παράστασης είναι αυτή του διπλανού σχήματος.



- δ) Προφανώς ο διακόπτης  $\delta_2$  δεν διαρρέεται από ρεύμα όταν είναι ανοικτός, από 0-t<sub>1</sub>. Στην συνέχεια εφαρμόζοντας τον 1<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο Θ, θα έχουμε:

$$I_1 = i + i_2 \rightarrow i_2 = I_1 - i = 20 - i \quad (S.I)$$



Η παραπάνω εξίσωση μας δίνει ότι την στιγμή που κλείνουμε τον διακόπτη  $\delta_2$ , αυτός διαρρέεται από ρεύμα έντασης 15 A, ενώ στη συνέχεια η ένταση θα αυξάνεται (αφού μειώνεται η ένταση i) για να σταθεροποιηθεί στην τιμή 20 A τη στιγμή t<sub>2</sub> που σταματούν τα επαγωγικά φαινόμενα στο πηνίο.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)