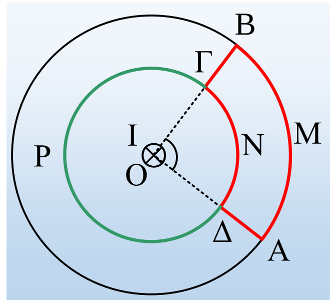
Επιβεβαίωση του νόμου Ampère



Ένα ευθύγραμμος απείρου μήκους αγωγός, είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας, περνώντας από το σημείο Ο και διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι, με φορά προς τα μέσα. Με κέντρο το σημείο Ο χαράσσουμε δύο ομόκεντρους κύκλους με ακτίνες r και R και παίρνουμε δύο κάθετες ακτίνες ορίζοντας τα σημεία ΑΒΓΔ, όπως στο σχήμα.

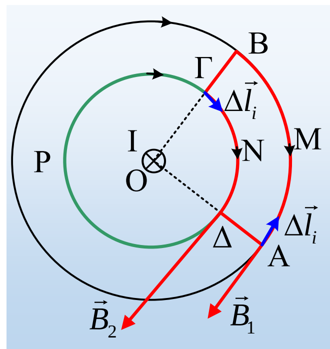
i) Να σχεδιάσετε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο Α. Από ποια εξίσωση υπολογίζεται το μέτρο της έντασης του πεδίου στο Α;

ii) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_i$ για το τόξο ΑΜΒ.

iii) Να επιβεβαιώσετε τον νόμο του Ampère για την κλειστή διαδρομή ΑΜΒΓΝΔΑ.

iv) Να επιβεβαιώσετε επίσης το νόμο του Ampère για την κλειστή διαδρομή ΑΜΒΓΡΔΑ.

Απάντηση:



i) Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού, βρίσκουμε ότι οι παραπάνω κύκλοι μπορεί να ταυτίζονται με αντίστοιχες δυναμικές γραμμές, με φορά, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε στο σημείο Α έχουμε μαγνητικό πεδίο, εφαπτόμενο στον κύκλο, όπως στο σχήμα με μέτρο:

$$B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{R}$$

Όπου R η ακτίνα του μεγάλου κύκλου.

ii) Για το ζητούμενο άθροισμα, λαμβάνοντας υπόψη ότι η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{B}_1$ και $\Delta\vec{l}_i$ είναι ίση με π, όπου συνπ=-1, θα έχουμε:

$$\Sigma_1 = \sum_{A}^{B} B_1 \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu\pi = \sum_{A}^{B} \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{R}\cdot \Delta l_i \cdot (-1) = -\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{R}\sum_{A}^{B}\cdot \Delta l_i = -\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{R}\cdot\frac{2\pi R}{4} \rightarrow$$

$$\Sigma_1 = -\frac{1}{4}\mu_o I$$

Αφού το μήκος του τόξου ΑΒ είναι ίσο με το ¼ του μήκους του κύκλου.

Για τα τμήματα ΒΓ και ΔΑ, το διάνυσμα του μαγνητικού πεδίου Β, είναι κάθετο σε κάθε στοιχειώδες τμήμα Δl, συνεπώς τα αντίστοιχα αθροίσματα $\Sigma B_i \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_i$ θα έχουν μηδενική τιμή, αφού συν(π/2)=0.

Για το άθροισμα κατά μήκος του τόξου ΓΝΔ, με την ίδια όπως παραπάνω λογική αφού η γωνία μεταξύ Β και Δl είναι μηδενική και συν0°=1, θα έχουμε:

$$\Sigma_2 = \sum_{\Gamma}^{\Delta} B_2 \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ = \sum_{\Gamma}^{\Delta} \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}\cdot \Delta l_i = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}\sum_{\Gamma}^{\Delta}\cdot \Delta l_i = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}\cdot\frac{2\pi r}{4} \rightarrow$$

$$\Sigma_1 = \frac{1}{4}\mu_o I$$

Οπότε το άθροισμα κατά μήκος της κλειστής διαδρομής ΑΜΒΓΝΔΑ θα είναι ίσο:

$$\Sigma = \sum_{\mathrm{A}}^{\mathrm{A}} B_1 \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_i = -\frac{1}{4}\mu_o I + 0 + \frac{1}{4}\mu_o I + 0 = 0$$

Πράγμα που επιβεβαιώνει τον νόμο Ampère, αφού δεν διέρχεται κάποιος αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα, από την παραπάνω κλειστή διαδρομή.

iii) Αν τώρα αντικαταστήσουμε την παραπάνω διαδρομή ΓΝΔ με την διαδρομή ΓΡΔ, θα πάρουμε το αντίστοιχο άθροισμα γινομένων:

$$\Sigma_3 = \sum_{\Gamma}^{\Delta} B_3 \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu\pi = \sum_{\Gamma}^{\Delta} \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\mathrm{I}}{r} \cdot \Delta l_i(-1) = -\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\mathrm{I}}{r}\sum_{\Gamma}^{\Delta} \cdot \Delta l_i = -\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\mathrm{I}}{r} \cdot \frac{3}{4} 2\pi r \rightarrow$$

$$\Sigma_3 = -\frac{3}{4}\mu_o I$$

Αλλά τότε για την κλειστή διαδρομή που περιλαμβάνει τον αγωγό μας, θα έχουμε:

$$\Sigma' = \sum_{\mathrm{A}}^{\mathrm{A}} B_1 \cdot \Delta l_i \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_i = -\frac{1}{4}\mu_o I + 0 - \frac{3}{4}\mu_o I + 0 = -\mu_o I$$

Επιβεβαιώνοντας τον νόμο του Ampère, μιας και η ένταση του ρεύματος θεωρείται αρνητική (αν βάλουμε τα ενωμένα δάκτυλα να ακολουθήσουν την διαδρομή από το Α στο Β… ο αντίχειρας δείχνει ότι το ρεύμα που θα είχε φορά προς τα έξω, θα θεωρείτο θετικής έντασης, ενώ μας δόθηκε ρεύμα με φορά προς τα μέσα)…

dmargaris@gmail.com