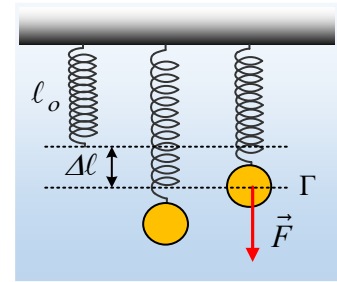


Οι ενέργειες ταλάντωσης δύο αατ

Το σώμα του σχήματος ηρεμεί στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, προκαλώντας του επιμήκυνση $0,4\text{m}$. Μετακινούμε το σώμα κατακόρυφα ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό μήκος του και το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Σε μια στιγμή το σώμα, κινούμενο προς τα κάτω και ενώ το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta l=0,3\text{m}$, δέχεται την επίδραση σταθερής κατακόρυφης δύναμης F , μέτρου ίσου με το βάρος του σώματος, με κατεύθυνση προς τα κάτω, όπως στο σχήμα. Θεωρώντας και την αρχική κίνηση και την κίνηση με την επίδραση της δύναμης F ως ΑΑΤ, ζητούνται:



- i) Η ενέργεια της ταλάντωσης πριν την εξάσκηση της δύναμης F και η αντίστοιχη ενέργεια, αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης.
- ii) Υποστηρίζεται ότι η ενέργεια E_2 της δεύτερης ταλάντωσης μπορεί να προκύψει από το άθροισμα της αρχικής ενέργειας ταλάντωσης E_1 και του αντίστοιχου έργου της δύναμης F . Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της παραπάνω πρότασης.

Απάντηση:

- i) Αρχικά το σώμα ηρεμεί στην θέση ισορροπίας (Θ.Ι.1), έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά Δl_o , οπότε γύρω από την θέση αυτή εκτελείται η αρχική ταλάντωση με ενέργεια E_1 . Οπότε η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E_1 = \frac{1}{2} k \cdot (\Delta l_o)^2 = \frac{1}{2} 100 \cdot 0,4^2 \text{ J} = 8 \text{ J}$$

Με βάση το διπλανό σχήμα και θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, το σώμα στη θέση Γ που δέχεται την δύναμη F , βρίσκεται σε απομάκρυνση:

$$y_1 = \Delta l_o - \Delta l = 0,4\text{m} - 0,3\text{m} = 0,1\text{m}$$

Στην θέση αυτή έχει κάποια κινητική ενέργεια K_1 , την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε από την ενέργεια ταλάντωσης:

$$K_1 + U_1 = E_1 \rightarrow K_1 = E_1 - \frac{1}{2} k y_1^2 \rightarrow$$

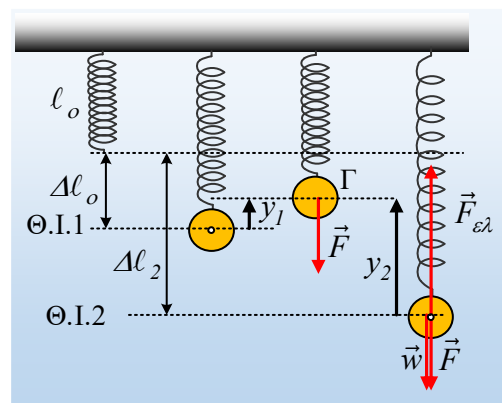
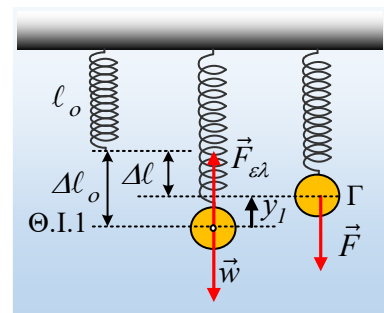
$$K_1 = 8\text{J} - \frac{1}{2} 100 \cdot 0,1^2 \text{ J} = 7,5\text{J}$$

Εξάλλου από την αρχική ισορροπία του σώματος, παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{ελ} - w = 0 \rightarrow k \cdot \Delta l_o = mg \rightarrow$$

$$w = 100 \cdot 0,4\text{N} = 40\text{N}$$

Ενώ μόλις ασκηθεί η δύναμη F , έχουμε μια νέα θέση



ισορροπίας (Θ.Ι.2), γύρω από την οποία θα έχουμε την νέα ταλάντωση, για την οποία ισχύει:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} = 0 &\rightarrow F'_{ελ} - w - F = 0 \rightarrow k \cdot \Delta \ell_2 = 2mg \rightarrow \\ \Delta \ell_2 \frac{2mg}{k} &= \frac{2 \cdot 40}{100} m = 0,8m\end{aligned}$$

Αλλά τότε στην θέση Γ, το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση:

$$y_2 = \Delta \ell_2 - \Delta \ell = 0,8m - 0,3m = 0,5m$$

Έχοντας ενέργεια ταλάντωσης:

$$\begin{aligned}K_1 + U_2 = E_2 &\rightarrow E_2 = K_1 + \frac{1}{2}ky_2^2 \rightarrow \\ E_2 = 7,5J + \frac{1}{2}100 \cdot 0,5^2 J &= 20J\end{aligned}$$

- ii) Με βάση τα παραπάνω ευρήματα, η ενέργεια ταλάντωσης, ελάχιστα πριν την άσκηση της δύναμης F είναι ίση με 8J, ενώ αμέσως μετά είναι 20J. Προφανώς το έργο της δύναμης, μόλις ασκηθεί στο σώμα είναι μηδενικό, πράγμα που σημαίνει ότι η άσκηση της δύναμης δεν συνοδεύτηκε με κάποια (άμεση) μεταφορά ενέργειας. Η πρόταση δηλαδή είναι λανθασμένη.

Σχόλιο:

Ποια ενέργεια διατηρείται μεταξύ των δύο στιγμών (ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την άσκηση της δύναμης); Προφανώς διατηρείται η **Μηχανική Ενέργεια** και όχι η ενέργεια ταλάντωσης. Πράγματι αν πάρουμε την θέση φυσικού μήκους ως θέση όπου $U_{\beta}=0$, θα έχουμε:

$$\begin{aligned}E_{M1} = K + U_{ελ} + U_{\beta} &= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}k \cdot (\Delta \ell)^2 - mgy_1 \rightarrow \\ E_{M1} = 7,5J + \frac{1}{2}100 \cdot 0,3^2 J - 40 \cdot 0,1J &= 8J\end{aligned}$$

Τόση ακριβώς θα είναι και η μηχανική ενέργεια αμέσως μετά την άσκηση της δύναμης, αφού δεν παράγεται κάποιο έργο και δεν θα έχει μεταβληθεί, ούτε η κινητική ενέργεια, ούτε κάποια μορφή δυναμικής ενέργειας.

dmargaris@gmail.com