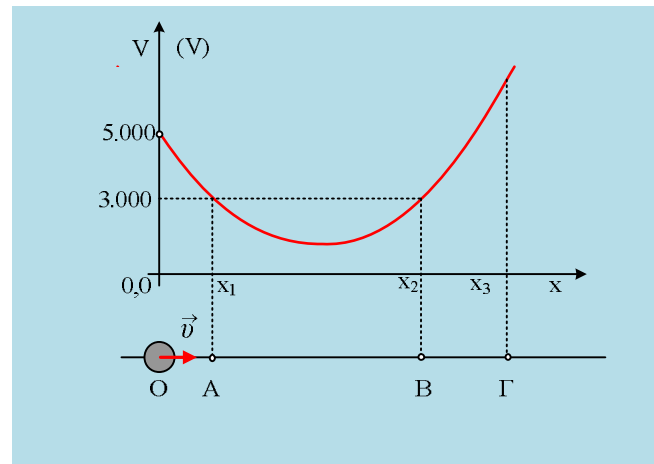


Από ένα διάγραμμα δυναμικού...

Μια μικρή φορτισμένη σφαίρα, φέρει θετικό φορτίο ($q > 0$) και κινείται ευθύγραμμα μέσα σε ένα ηλεκτροστατικό πεδίο, περνώντας από το σημείο Ο (στη θέση $x=0$) έχοντας κινητική ενέργεια $K_0=0,04\text{J}$. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται το δυναμικό κατά μήκος της ευθείας x , πάνω στην οποία κινείται η σφαίρα.



i) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Α, στη θέση x_1 , έχει τιμή:

α) $K_1=0,03\text{J}$, β) $K_1=0,04\text{J}$, γ) $K_1=0,05\text{J}$.

ii) Η κινητική ενέργεια της σφαίρας τη στιγμή που περνά από το σημείο Β, είναι ίση:

α) $K_2=0,03\text{J}$, β) $K_2=0,04\text{J}$, γ) $K_2=0,05\text{J}$.

iii) Ένας συμμαθητής σας υποστηρίζει ότι μεταξύ των σημείων Α και Β υπάρχει ένα σημείο, στο οποίο η ένταση του πεδίου είναι μηδενική. Να εξετάσετε αν έχει ή όχι δίκιο.

iv) Με βάση τις παραπάνω τιμές κινητικής ενέργειας που επιλέξατε, μπορείτε να υπολογίσετε το φορτίο q της σφαίρας;

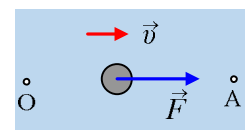
v) Αν το δυναμικό στο σημείο Γ, έχει τιμή $V_\Gamma=7.000\text{V}$, να εξετάσετε αν η σφαίρα θα φτάσει ή όχι στο σημείο Γ.

Η κίνηση της σφαίρας γίνεται στο κενό και δεν δέχεται άλλες δυνάμεις, πέρα από την δύναμη του πεδίου.

Απάντηση:

i) Κατά την μετακίνηση της σφαίρας από τη θέση Ο στη θέση Α, παράγεται έργο από τη δύναμη του πεδίου, το οποίο υπολογίζεται από την μαθηματική εξίσωση:

$$W_{OA} = q \cdot V_{o1} = q \cdot (V_o - V_1) > 0$$



Πράγμα που σημαίνει ότι η δύναμη από το πεδίο έχει φορά προς τα δεξιά, ίδια με την ταχύτητα, οπότε το πεδίο παράγει έργο πάνω στη σφαίρα, αυξάνοντας την κινητική της ενέργεια. Συνεπώς σωστή είναι η απάντηση γ) $K_1=0,05\text{J}$.

Αξίζει να σημειωθεί ότι σε όλη τη διαδρομή από το Ο μέχρι το Α, το δυναμικό συνεχώς μειώνεται, πράγμα που σημαίνει ότι για κάθε στοιχειώδη μετατόπιση dx , το αντίστοιχο έργο dW θα είναι επίσης θετικό ή ισοδύναμα διαρκώς η ασκούμενη δύναμη F επιταχύνει τη σφαίρα.

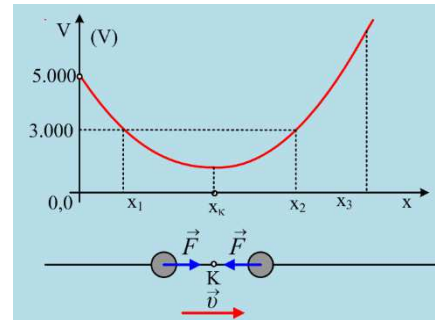
ii) Υπολογίζουμε το έργο της δύναμης του πεδίου από το σημείο Α, μέχρι να φτάσει στο σημείο Β:

$$W_{AB} = q \cdot V_{12} = q \cdot (V_1 - V_2) = 0$$

Αφού $V_1 = V_2 = 3.000\text{V}$.

Αλλά τότε δεν έχει μεταβληθεί η κινητική ενέργεια της σφαίρας μεταξύ των θέσεων Α και Β και η κινητική ενέργεια στο σημείο Β, θα είναι ίση με $K_2=K_1=0,05J$. Σωστό το γ).

- iii) Με βάση τα προηγούμενα, αφού αρχικά η σφαίρα επιταχύνεται, για να φτάσει στη θέση Β και να έχει την ίδια κινητική ενέργεια με τη θέση Α, θα πρέπει να υπάρχει και ένα διάστημα που θα επιβραδύνεται. Πράγματι ας πάρουμε το σημείο Κ, όπου το δυναμικό είναι το ελάχιστο.



Μέχρι να φτάσει η σφαίρα στο σημείο Κ, κινείται διαρκώς φτάνοντας σε θέσεις με μικρότερο δυναμικό, συνεπώς έχουμε μια μείωση της δυναμικής του ενέργειας και άρα αύξηση της κινητικής του ενέργειας. Η σφαίρα επιταχύνεται και η ασκούμενη δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα (προς τα δεξιά).

Μετά τη θέση Κ, η δυναμική ενέργεια της σφαίρας αυξάνεται, αφού αυξάνεται το δυναμικό του ηλεκτροστατικού πεδίου. Συνεπώς κατά την μετακίνησή του από το Κ προς το σημείο Β η κινητική του ενέργεια μειώνεται αφού δέχεται δύναμη από το πεδίο με φορά προς τα αριστερά, όπως στο σχήμα.

Αλλά τότε το σημείο Κ, είναι η θέση εκείνη που σταματά η επιτάχυνση και θα αρχίσει η επιβράδυνση της σφαίρας. Συνεπώς είναι η θέση που μηδενίζεται η επιτάχυνσή της, άρα μηδενίζεται η ασκούμενη από το πεδίο δύναμη, πράγμα που μπορεί να συμβεί αν η ένταση του πεδίου μηδενίζεται.

Σωστή λοιπόν η σκέψη του συμμαθητή σας...

- iv) Αν στη θέση Ο η σφαίρα έχει κινητική ενέργεια $K_0=0,04J$, ενώ στη θέση Α $K_1=0,05J$, σημαίνει ότι αυξήθηκε η κινητική ενέργεια κατά $\Delta K=0,01J$, πράγμα που σημαίνει ότι το έργο της δύναμης του πεδίου θα είναι ίσο με $W_{OA}=0,01J$, οπότε:

$$W_{OA}=q \cdot V_{o1} = q \cdot (V_o - V_1) \rightarrow$$

$$q = \frac{W_{OA}}{V_o - V_1} = \frac{0,01}{5.000 - 3.000} C = 5 \cdot 10^{-6} C$$

- v) Η σφαίρα στη θέση Β έχει κινητική ενέργεια $K_2=0,05J$, ενώ **αν φτάσει** στη θέση Γ, τότε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου από το Β στο Γ, είναι ίσο:

$$W_{B\Gamma} = q \cdot V_{23} = q \cdot (V_2 - V_3) = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (3.000 - 7.000) J = - 0,02 J$$

Πράγμα που σημαίνει ότι η δύναμη του πεδίου αφαιρέσει από την σφαίρα ενέργεια 0,02J, άρα η σφαίρα συνεχίζει να κινείται έχοντας κινητική ενέργεια $K_3=(0,05-0,02)J=0,03J$, τη στιγμή που περνάει από το σημείο Γ.

Εναλλακτικά η σφαίρα κινείται σε σημείο με μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια, όπου η δυναμική ενέργεια αυξήθηκε κατά 0,02J οπότε ισόποσα μειώνεται η κινητική ενέργεια. Έχοντας όμως στο σημείο Β κινητική ενέργεια 0,05J, άρα θα φτάσει στο Γ.

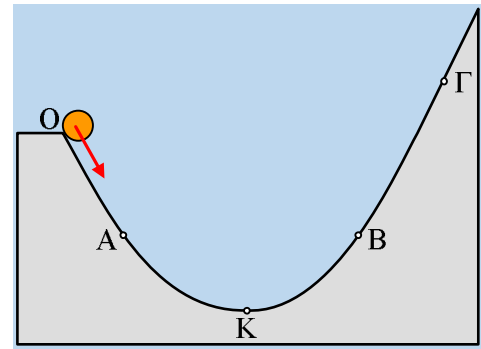
Θα μπορούσαμε να βρούμε μέχρι πιο σημείο μπορεί να φτάσει, αν συνεχίσει να αυξάνεται το δυναμικό, έστω ένα σημείο Δ. Από την διατήρηση της ενέργειας μεταξύ του σημείου Β και Δ θα έχουμε:

$$qV_B + K_B = q \cdot V_A \rightarrow$$

$$V_A = V_r + \frac{K_B}{q} = 3.000V + \frac{0,05}{5 \cdot 10^{-6}}V = 13.000V$$

Σχόλιο.

Θα μπορούσαμε να διαπιστώσουμε μια πλήρη αναλογία της κίνησης της φορτισμένης σφαίρας, που μελετήσαμε παραπάνω, με την κίνηση μιας άλλης σφαίρας η οποία εκτοξεύεται με κάποια αρχική κινητική ενέργεια, στο σημείο Ο, μιας λείας καμπύλης επιφάνειας, όπως στο σχήμα. Αυτή επιταχύνεται στην «κατηφορική» περιοχή από το Ο μέχρι το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς Κ, ενώ στη συνέχεια επιβραδύνεται καθώς αρχίζει να «ανεφορίζει». Το αν θα φτάσει ή όχι στο σημείο Γ, προφανώς εξαρτάται από την αρχική της κινητική ενέργεια...



dmargaris@gmail.com