# Τρεις ερωτήσεις για ένα γιο-γιο

Γύρω από ένα ομογενή κύλινδρο μάζας m και ακτίνας R τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άκρο Α του οποίου ασκούμε μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου F για t0=0 και ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο να κινηθεί, όπως στο σχήμα. Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής στο Ο, Ι= ½ mR2.

1) Αν F=mg, ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες για τις επιταχύνσεις μόλις αφεθεί ελεύθερος ο κύλινδρος (για t=0+):

α) Το σημείο Β, που καταλήγει το νήμα, έχει μηδενική επιτάχυνση.

β) Η επιτάχυνση του σημείου Δ, αντιδιαμετρικού του Β, έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω, μέτρου 2g.

γ) Η επιτάχυνση του σημείου Γ, στο άκρο μιας κατακόρυφης ακτίνας, είναι οριζόντια.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

***Απάντηση:***

Η ασκούμενη δύναμη F, μεταφέρεται μέσω του νήματος και ασκείται στον κύλινδρο στο σημείο Β, όπως στο σχήμα. Από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για την μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου, παίρνουμε:



Δηλαδή το κέντρο μάζας Ο παραμένει ακίνητο, ενώ ο κύλινδρος αποκτά γωνιακή επιτάχυνση, κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα, η οποία επιταχύνει στροφικά τον κύλινδρο, με φορά αντιωρολογιακή. Αλλά τότε όλα τα σημεία που έχουν σημειωθεί στο σχήμα, έχουν επιτρόχια επιτάχυνση, μέτρου αεπ=αγωνR. Εξάλλου από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για την στροφική κίνηση, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από το Ο, παίρνουμε:



Με βάση αυτά οι απαντήσεις είναι:

α) Λάθος, β) Σωστό, γ) Σωστό.

2) Την χρονική στιγμή που το άκρο Α του παραπάνω νήματος έχει ανέβη κατά h, ο κύλινδρος έχει κινητική ενέργεια:

α) Κ=mgh, β) Κ= 2mgh, γ) Κ= 3mgh.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

***Απάντηση:***

Αν το άκρο Α του νήματος, σημείο εφαρμογής της δύναμης F, μετατοπισθεί κατά h, τότε το έργο της δύναμης, το οποίο μετράει την ενέργεια που μεταφέρεται στον κύλινδρο, είναι ίσο:



Συνεπώς τόση θα είναι και η κινητική ενέργεια του κυλίνδρου, αφού το κέντρο Ο παραμένει ακίνητο, οπότε το βάρος δεν παράγει έργο (ισοδύναμα δεν μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια του κυλίνδρου).

Σωστό το α).

3) Αν το μέτρο της δύναμης είναι ίσο με F1= ½ mg, τότε την χρονική στιγμή t:

α) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς το σημείο Β;

β) Πόση είναι η στροφορμή του κυλίνδρου ως προς το Β;

γ) Να βρεθεί η ιδιοστροφορμή του κυλίνδρου ως προς τον οριζόντιο άξονά του ο οποίος περνά από το Ο, καθώς και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ιδιοστροφορμής.

***Απάντηση:***

α) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς το σημείο Β, είναι διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα, με μέτρο:



β) Ο παραπάνω ρυθμός μεταβολής της στροφορμής, παραμένει σταθερός, συνεπώς η στιγμιαία τιμή του συμπίπτει και με την μέση τιμή, οπότε:



Διάνυσμα ίδιας κατεύθυνσης με το διάνυσμα του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής.

γ) Η στροφορμή του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του στο Ο (ιδιοστροφορμή) είναι επίσης κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, όπως στο σχήμα, με μέτρο:



Ενώ την ίδια κατεύθυνση έχει και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ως προς το Ο, με μέτρο:



**Σχόλιο:**

Γιατί οι παραπάνω τιμές στροφορμής (και οι αντίστοιχοι ρυθμοί…) είναι διαφορετικές; Γιατί η στροφορμή του κυλίνδρου ως προς το σημείο B, αποτελείται από δύο προσθετέους. Ο ένας είναι η ιδιοστροφορμή (ως προς το Ο) και ο άλλος η τροχιακή στροφορμή Lτ=mυcmR, οπότε:



***dmargaris@gmail.com***