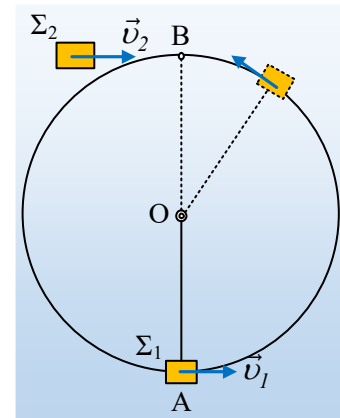


Η κυκλική κίνηση και η ορμή

Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$ κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά, κέντρου O , δεμένο στο άκρο μη ελαστικού νήματος, μήκους $l=2\text{m}$, με ταχύτητα $v_1=4\text{m/s}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή $t_0=0$, περνά από την θέση A , ενώ τη στιγμή t_1 φτάνει για πρώτη φορά στο αντιδιαμετρικό σημείο B . Στη θέση αυτή, το Σ_1 συγκρούεται πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Σ_2 , μάζας $m_2=4\text{kg}$, το οποίο κινείται επίσης οριζόντια με ταχύτητα κάθετη στην ακτίνα OB , μέτρου $v_2=5\text{m/s}$, όπως στο σχήμα (σε κάτωψη).



- i) Ποια χρονική στιγμή συγκρούονται τα δυο σώματα;
- ii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 , μεταξύ των σημείων A και B (ελάχιστα πριν την κρούση).
- iii) Να υπολογιστεί η τάση του νήματος ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση.
- iv) Αν η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, ποια χρονική στιγμή το συσσωμάτωμα θα περάσει από την θέση A , για πρώτη φορά, μετά την κρούση;

Απάντηση:

- i) Η κρούση πραγματοποιείται στο σημείο B , αντιδιαμετρικό του σημείου A , άρα σε χρόνο ίσο με το μισό της περιόδου. Όμως για την ταχύτητα v_1 σε σχέση με την περίοδο έχουμε:

$$v_1 = \frac{2\pi R}{T_1} \rightarrow T_1 = \frac{2\pi R}{v_1} \xrightarrow{t_1 = T_1/2}$$

$$t_1 = \frac{\pi R}{v_1} = \frac{3,14 \cdot 2}{4} \text{ s} = 1,57 \text{ s}$$

- ii) Θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, θα έχουμε για την μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων A και B (πριν την κρούση):

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_1 - \vec{P}_0 = \vec{P}_1 + (-\vec{P}_0) \rightarrow$$

$$\Delta P = m_1 v_B - m_1 v_A = 2 \cdot (-4) \text{ kgm/s} - 2 \cdot 4 \text{ kgm/s} = -16 \text{ kgm/s}$$

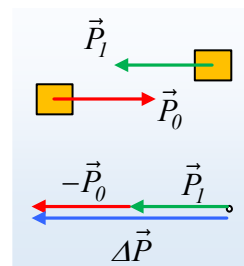
- iii) Η τάση του νήματος, πριν την κρούση, παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου, (πρώτο σχήμα παρακάτω) έχοντας μέτρο:

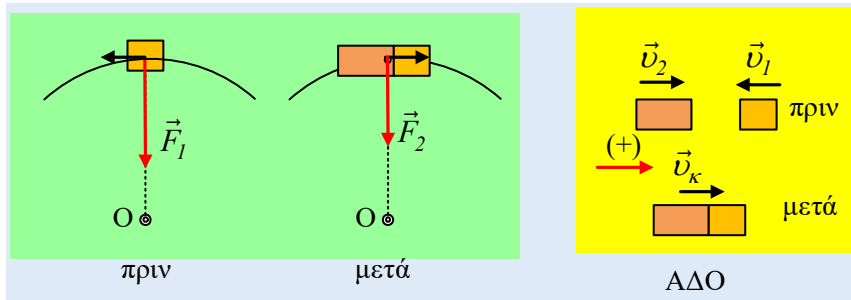
$$F_l = m_1 \frac{v_1^2}{R} = 2 \cdot \frac{4^2}{2} \text{ N} = 16 \text{ N}$$

Εξάλλου εφαρμόζουμε για την κρούση των δύο σωμάτων, την αρχή διατήρησης της ορμής (3^ο σχήμα):

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_\sigma \rightarrow m_1 v_{1,B} + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_\kappa \xrightarrow{\rightarrow(+)}$$

$$v_\kappa = \frac{m_1 v_{1,B} + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot (-4) + 4 \cdot 5}{2 + 4} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$$





Οπότε για την τάση του νήματος, αμέσως μετά την κρούση (2^ο σχήμα) θα έχουμε:

$$F_2 = (m_1 + m_2) \frac{v_\kappa^2}{R} = (2 + 4) \cdot \frac{2^2}{2} N = 12 N$$

Αξίζει να τονισθεί, προς αποφυγή του λάθους, ότι η κυκλική τροχιά είναι οριζόντια, οπότε το βάρος και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου είναι κατακόρυφες δυνάμεις με μηδενική συνισταμένη, οπότε η μόνη δύναμη που μπορεί να εξασφαλίσει την κυκλική τροχιά, είναι η τάση του νήματος.

iv) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με αντίθετη φορά από πριν και με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα v_κ , οπότε θα φτάσει ξανά στην θέση Α, μετά από μισή (νέα) περίοδο T_2 . Οπότε:

$$v_\sigma = \frac{2\pi R}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{2\pi R}{v_\sigma} \xrightarrow{\Delta t_2 = T_2/2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\pi R}{v_\sigma} = \frac{3,14 \cdot 2}{2} s = 3,14 s \rightarrow$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t_2 = 1,57 s + 3,14 s = 4,71 s$$

dmargaris@gmail.com