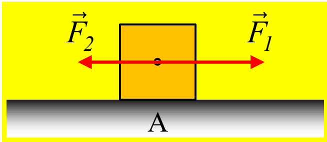
Η κίνηση με την επίδραση δύο ή μιας δύναμης



Ένα σώμα μάζας m=2kg ηρεμεί στο σημείο A ενός λείου οριζοντίου επιπέδου. Τη στιγμή t_0=0 ασκούνται πάνω του δυο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις F_1=3N και F_2, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα να κινηθεί προς τα δεξιά διανύοντας απόσταση 9m μέχρι τη στιγμή t_1=6s.

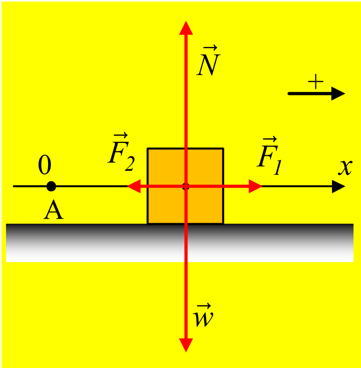
i) Να υπολογιστούν η επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα, καθώς και η ταχύτητά του τη στιγμή t_1.

ii) Ποιο το μέτρο της δύναμης F_2;

iii) Αν τη στιγμή t_1 πάψει να ασκείται η δύναμη F_1, να βρεθούν η ταχύτητα και η θέση του σώματος τις χρονικές στιγμές:

α) t_2=8s και β) t_3=12s

Απάντηση:



Έστω ότι το σημείο A είναι η αρχή ενός προσανατολισμένου άξονα x με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όπου ΣF_y=0, αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ στην οριζόντια διεύθυνσης x, από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{a} \rightarrow F_1 - F_2 = ma_1 \quad (1)$$

Αλλά αφού οι δυνάμεις είναι σταθερές, το σώμα θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη (επιταχυνόμενη κίνηση), για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon = \alpha_1 t \quad (2) \qquad x=\frac{1}{2}a_1 t^2 \quad (3)$$

i) Λύνοντας την εξίσωση (3) ως προς την επιτάχυνση, για t=t_1 βρίσκουμε:

$$x=\frac{1}{2}at^2 \rightarrow 2x_1 = a_1 t_1^2 \rightarrow a_1 = \frac{2x_1}{t_1^2} \xrightarrow{x_1=9m}$$

$$\alpha_1 = \frac{2\cdot 9}{6^2} m/s^2 = 0{,}5 m/s^2.$$

Ενώ με αντικατάσταση στην (2), θα πάρουμε:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 = 0{,}5\cdot 6 m/s = 3 m/s$$

ii) Επιστρέφοντας στην εξίσωση (1) βρίσκουμε για το **μέτρο** της δύναμης $\vec{F}_2$:

$$\left|F_2\right| = F_1 - ma_1 = 3N - 2\cdot 0{,}5N = 2N$$

iii) Μόλις πάψει να ασκείται η δύναμη F_1, το σώμα επιταχύνεται πια από την δύναμη F_2, οπότε από την εξίσωση (1) θα έχουμε:

$$0-|F_2| = ma_2 \;\; \rightarrow \alpha_2 = \frac{-|F_2|}{m} = -\frac{2}{2}m/s^2 = -1m/s^2.$$

Το σώμα δηλαδή αποκτά επιτάχυνση προς τα αριστερά, εκτελώντας μια νέα **ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση** για την οποία θα ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon = \upsilon_1 + \alpha_2 \Delta t \quad (2\alpha) \qquad \Delta x{=}\upsilon_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}a_2\left(\Delta t\right)^2 \quad (3a)$$

α) Με αντικατάσταση $\Delta t=t_2-t_1=8s-6s=2s$ στις παραπάνω εξισώσεις, θα πάρουμε:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha_2 \Delta t = 3m/s + (-1)\cdot 2m/s = 1m/s$$

$$\Delta x_2{=}\upsilon_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}a_2\left(\Delta t\right)^2 = 3\cdot 2m + \frac{1}{2}(-1)\cdot 2^2 m = 4m \rightarrow$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x_2 = 9m + 4m = 13m$$

β) Με την ίδια λογική για $t_3=12s$, θα έχουμε $\Delta t'=t_3-t_1=12s-6s=6s$ και με αντικατάσταση:

$$\upsilon_3 = \upsilon_1 + \alpha_2 \Delta t' = 3m/s + (-1)\cdot 6m/s = -3m/s$$

$$\Delta x_3{=}\upsilon_1 \cdot \Delta t' + \frac{1}{2}a_2\left(\Delta t'\right)^2 = 3\cdot 6m + \frac{1}{2}(-1)\cdot 6^2 m = 0 \rightarrow$$

$$x_3 = x_1 + \Delta x_3 = x_1 = 9m$$

Σχόλιο:

Παρατηρούμε ότι το σώμα την στιγμή $t_3=12s$ βρίσκεται στην θέση που βρισκόταν και την στιγμή $t_1=6s$. Αυτό σημαίνει ότι κινήθηκε προς τα δεξιά, κάποια στιγμή σταμάτησε και επέστρεψε κινούμενο προς τα αριστερά. Πράγματι αν στην εξίσωση (2^{α}) θέσουμε υ=0 θα πάρουμε:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha_2 \Delta t \rightarrow 0 = 3 - 1\cdot \Delta t \rightarrow \Delta t = 3s \;\; ή \; t_4 = 9s$$

Η κίνηση από 6s-9s θα μπορούσε να χαρακτηρισθεί ως επιβραδυνόμενη, αφού το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, ενώ η κίνηση προς τα αριστερά από 9s-12s είναι επιταχυνόμενη. Βέβαια στην λύση την πήραμε ως μια κίνηση που την ονομάσαμε «μεταβαλλόμενη», χωρίς να την «σπάσουμε» σε δύο κινήσεις.

dmargaris@gmail.com