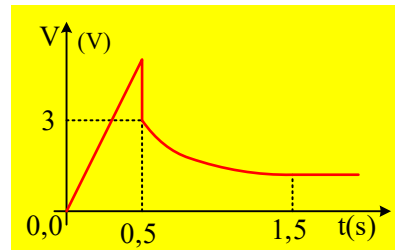
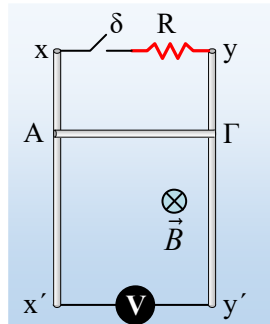


### Η ένδειξη του βολτομέτρου κατά την πτώση αγωγού

Ο αγωγός ΑΓ μάζας  $m=0,1\text{kg}$ , μήκους  $l=1\text{m}$  παρουσιάζει αντίσταση  $r=0,8\Omega$  και μπορεί να κινείται σε επαφή με δύο μεταλλικούς κατακόρυφους στύλους, χωρίς αντίσταση, όπως στο σχήμα, χωρίς τριβές. Τα πάνω άκρα των δύο στύλων συνδέονται μέσω διακόπτη με μια αντίσταση  $R$ , ενώ στα κάτω άκρα τους συνδέουμε ένα ιδανικό βολτόμετρο. Κάθετα στο επίπεδο του σχήματος υπάρχει ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B=1\text{T}$ .



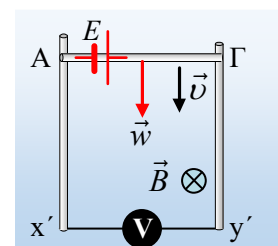
Με ανοικτό το διακόπτη, κάποια στιγμή  $t_0=0$ , αφήνουμε τον αγωγό ΑΓ να πέσει και τη στιγμή  $t_1=0,5\text{s}$  κλείνουμε το διακόπτη. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η ένδειξη του βολτομέτρου, όπου πρακτικά τη στιγμή  $t_2=1,5\text{s}$  έχει σταθεροποιηθεί η ένδειξή του.

- i) Να εξηγήσετε την μορφή της γραφικής παράστασης της τάσης, από 0-0,5s και να υπολογιστεί η τιμή της αντίστασης  $R$ .
- ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του αγωγού ΑΓ, αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη, καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τις στιγμές που το βολτόμετρο δείχνει ένδειξη 2V.
- iii) Να κάνετε ένα ποιοτικό διάγραμμα της ταχύτητας του αγωγού ΑΓ σε συνάρτηση με το χρόνο, υπολογίζοντας και χαρακτηριστικές τιμές της ταχύτητας.
- iv) Ποια η ένδειξη του βολτομέτρου τη στιγμή  $t_2=1,5\text{s}$ ;
- v) Αφαιρούμε τον διακόπτη και την αντίσταση  $R$ , συνδέοντας τα άκρα  $x$  και  $y$  μέσω σύρματος αμελητέας αντίστασης και αφήνουμε ξανά, από το ίδιο ύψος τον αγωγό ΑΓ να κινηθεί. Να δώσετε ποιοτικά διαγράμματα για τις συναρτήσεις ταχύτητας- χρόνου και ένδειξης βολτομέτρου – χρόνου, υπολογίζοντας και χαρακτηριστικές τιμές ταχύτητας και τάσης.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

**Απάντηση:**

- i) Μόλις ο αγωγός αφεθεί ελεύθερος, εξαιτίας του βάρους, αποκτά επιτάχυνση  $g$  (θετική φορά προς τα κάτω), με αποτέλεσμα να κινηθεί κατακόρυφα προς τα κάτω αποκτώντας ταχύτητα  $v=g \cdot t$ . Αλλά η κίνηση αυτή πραγματοποιείται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου, συνεπώς αναπτύσσεται πάνω του ΗΕΔ λόγω επαγωγής με τιμή:



$$E = Bvl = Bg \cdot t \xrightarrow{(S.I.)} E = 1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot t = 10t \quad (S.I.)$$

Αλλά το κύκλωμα είναι ανοικτό και δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε η ένδειξη του ιδανικού (άπειρης εσωτερικής αντίστασης) βολτομέτρου ίση με την τάση στα άκρα του ΑΓ και τελικά ίση με την ΗΕΔ Ε λόγω επαγωγής, δηλαδή θα έχουμε:

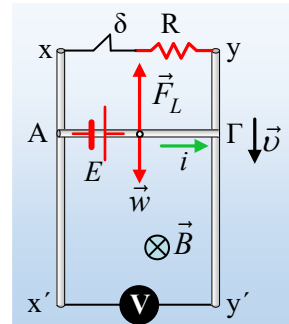
$$V = E = 10 \cdot t \quad (S.I.)$$

Οπότε η γραφική παράσταση είναι ευθεία που περνά από την αρχή των αξόνων.

Εξάλλου αντικαθιστώντας  $t_1=0,5s$ , στην παραπάνω εξίσωση βρίσκουμε την τιμή της ένδειξης του βολτομέτρου τη στιγμή  $t_1$  ελάχιστα πριν κλείσουμε το διακόπτη:

$$V_1 = 10 \cdot t = 10 \cdot 0,5V = 5V = E_1$$

Ενώ αμέσως μετά το κλείσιμο του διακόπτη η ένδειξη γίνεται  $V_1' = 3V$ , παρότι  $E = 5V$ . Γιατί μειώνεται ακαριαία η ένδειξη; Γιατί έχουμε πια ένα κλειστό κύκλωμα, οπότε διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, όπως στο διπλανό σχήμα, με φορά από το Α στο Γ, αφού τότε η ασκούμενη δύναμη Laplace από το μαγνητικό πεδίο, έχει φορά προς τα πάνω, τείνοντας να αντισταθεί στην πτώση του αγωγού ΑΓ. Αλλά τότε για την τάση στα άκρα του ΑΓ (η πολική τάση της ... πηγής) θα έχουμε:



$$V_{\pi} = E - ir \rightarrow i_1 = \frac{E_1 - V_1'}{r} = \frac{5V - 3V}{0,8\Omega} = 2,5A$$

Οπότε, από τον νόμο του Ohm παίρνουμε:

$$R = \frac{V_{\Gamma A}}{i_1} = \frac{V_1'}{i_1} = \frac{3V}{2,5A} = 1,2\Omega$$

- ii) Με κλειστό τον διακόπτη (σε μια τυχαία στιγμή), με βάση και όσα αναφέρθηκαν παραπάνω, η ΗΕΔ που αναπτύσσεται στον αγωγό ΑΓ έχει τιμή  $E = Bv\ell$ , το κύκλωμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα με ένταση  $i = \frac{E}{R_{ολ}} = \frac{Bv\ell}{R_{ολ}}$ , ενώ η δύναμη Laplace που ασκείται στον αγωγό, έχει μέτρο  $F_L = Bil = \frac{B^2 v \ell^2}{R_{ολ}}$

Με εφαρμογή του θεμελιώδη νόμου της Μηχανικής για τον ΑΓ, παίρνουμε:

$$\Sigma F = ma \rightarrow mg - \frac{B^2 v \ell^2}{R_{ολ}} = ma \quad (1)$$

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αγωγού μειώνεται η επιτάχυνσή του, με αποτέλεσμα τη στιγμή  $t_2$  η επιτάχυνση να μηδενίζεται και ο αγωγός να αποκτά την οριακή του ταχύτητα, ενώ αντίθετα μόλις κλείσουμε το διακόπτη η επιτάχυνση έχει το μεγαλύτερο μέτρο της:

$$mg - \frac{B^2 v_1 \ell^2}{R_{ολ}} = ma_1 \rightarrow a_1 = g - \frac{B^2 v_1 \ell^2}{m(R+r)} = 10m/s^2 - \frac{1^2 \cdot (10 \cdot 0,5) \cdot 1^2}{0,1(1,2+0,8)} m/s^2 = -15m/s^2.$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο, σημαίνει ότι η επιτάχυνση έχει κατεύθυνση προς τα πάνω, αντίθετη της

ταχύτητας, με αποτέλεσμα ο αγωγός να επιβραδύνεται.

Η παραπάνω απόδειξη είναι γενική, (θα φανεί γιατί...), αν μας απασχολούσε απλά η εύρεση της στιγμιαίας επιτάχυνσης θα μπορούσαμε να την υπολογίσουμε από την εξίσωση:

$$\Sigma F = ma \rightarrow \alpha = \frac{mg - Bi_1 \ell}{m} = \frac{0,1 \cdot 10 - 1 \cdot 2,5 \cdot 1}{0,1} = m/s^2 = -15m/s^2.$$

Η ένδειξη του βολτομέτρου γίνεται ίση με 2V, δύο χρονικές στιγμές:

A) Μια με ανοικτό το διακόπτη, όπου  $V = Bv_2 \ell \rightarrow v_2 = \frac{V}{B\ell} = \frac{2}{1 \cdot 1} m/s = 2m/s$ , οπότε:

$$\frac{dK_2}{dt} = \Sigma F \cdot v \cdot \cos \nu 0^\circ = mg \cdot v_2 = 0,1 \cdot 10 \cdot 2 J/s = 2 J/s$$

B) Μια με κλειστό το διακόπτη, οπότε:

$$V = i_2 R = \frac{Bv_3 \ell}{R+r} R \rightarrow v_3 = \frac{V(R+r)}{B\ell R} = \frac{2(1,2+0,8)}{1 \cdot 1 \cdot 1,2} m/s = \frac{10}{3} m/s \quad (1) \rightarrow$$

$$\frac{dK_3}{dt} = |\Sigma F| \cdot v \cdot \cos \nu 180^\circ = - \left| mg - \frac{B^2 v_3 \ell^2}{R_{ολ}} \right| \cdot v_3 \rightarrow$$

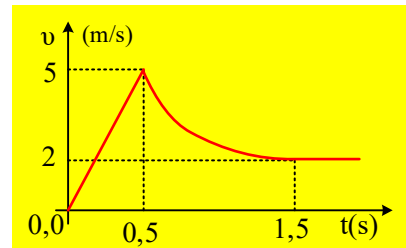
$$\frac{dK_3}{dt} = - \left| 0,1 \cdot 10 - \frac{1^2 \cdot \frac{10}{3} \cdot 1^2}{1,2+0,8} \right| \cdot \frac{10}{3} J/s = -\frac{20}{9} J/s.$$

Αφού η δύναμη Laplace έχει μεγαλύτερο μέτρο από το βάρος και ο αγωγός «φρενάρει».

iii) Τη στιγμή  $t_1$  ο αγωγός ΑΓ έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v_1=5m/s$ , ενώ από την (1) για  $\alpha=0$ , υπολογίζουμε την οριακή ταχύτητα του αγωγού, τη στιγμή  $t_2=1,5s$ :

$$mg - \frac{B^2 v \ell^2}{R_{ολ}} = ma \rightarrow v_{op} = \frac{mg R_{ολ}}{B^2 \ell^2} \quad (2)$$

$$v_{op} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot (1,2+0,8)}{1^2 \cdot 1^2} m/s = 2m/s$$



Λαμβάνοντας υπόψη ότι στο διάστημα 0,5s-1,5s το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται, μέχρι μηδενισμού της, χαράσσουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας, όπως στο διπλανό σχήμα.

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι η μορφή της είναι ίδια με την μορφή της γραφικής παράστασης V-t, με μόνη διαφορά το «βύθισμα» της τάσης κατά το κλείσιμο του διακόπτη.

iv) Μόλις ο αγωγός αποκτήσει οριακή ταχύτητα σταθεροποιείται και η ένδειξη του βολτομέτρου, στην τιμή:

$$V_{op} = i_{op} R = \frac{Bv_{op} \ell}{R+r} R = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1}{1,2+0,8} \cdot 1,2V = 1,2V$$

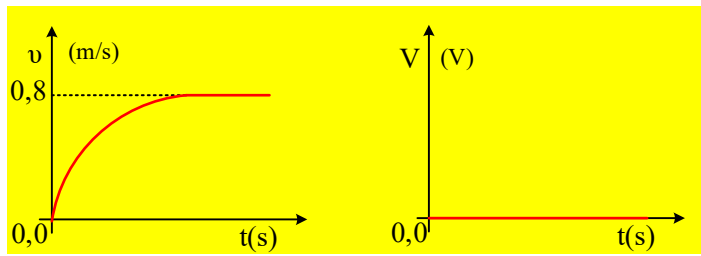
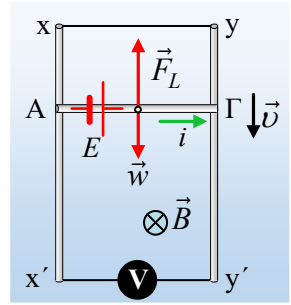
v) Τώρα ο αγωγός ΑΓ θα ξεκινήσει με μηδενική αρχική ταχύτητα και αρχική επιτάχυνση g, η οποία σύμφωνα

με την εξίσωση (1) θα μειώνεται και ο αγωγός θα αποκτήσει ξανά οριακή ταχύτητα, η οποία θα δίνεται από την εξίσωση (2), όπου  $R_{ολ}=r$ :

$$v'_{op} = \frac{mgR_{ολ}}{B^2 l^2} = \frac{mg \cdot r}{B^2 l^2} = \frac{0,1 \cdot 10 \cdot 0,8}{1^2 \cdot 1^2} m/s = 0,8 m/s$$

Ενώ το βολτόμετρο θα μετρά την τάση στα άκρα του αγωγού ΑΓ, μιας «βραχυκυκλωμένης πηγής», συνεπώς θα δείχνει διαρκώς μηδενική ένδειξη.

Έτσι οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις θα έχουν τις μορφές που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)