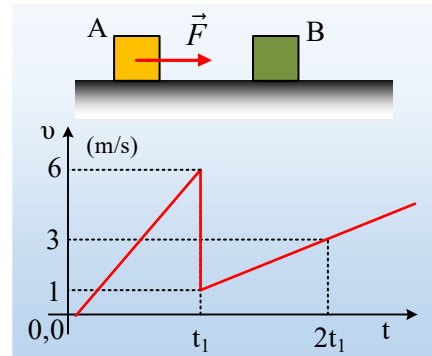


## Δύο κρούσεις και δύο διαγράμματα

1) Ένα σώμα Α κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F$  και την στιγμή  $t_1$  συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα Β. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας του Α σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Η κρούση έχει αμελητέα διάρκεια, ενώ η δύναμη  $F$  συνεχίζει να ασκείται στο σώμα και μετά την κρούση.



i) Να αποδείξετε ότι η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι πλαστική.

ii) Να συγκρίνετε τις μάζες των δύο σωμάτων Α και Β.

iii) Να εξετάσετε αν πριν την κρούση, το σώμα Β, είναι ακίνητο ή αν κινείται.

### Απάντηση:

i) Το Α σώμα κινείται τόσο πριν, όσο και μετά την κρούση με την επίδραση της δύναμης  $F$ . Για τις επιταχύνσεις πριν και μετά, θα έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-0}{t_1} = \frac{6}{t_1} \quad \text{και} \quad \alpha_2 = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3-1}{2t_1-t_1} = \frac{2}{t_1} \quad (1)$$

Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση μειώθηκε, συνεπώς με βάση τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής  $F=ma$ , θα πρέπει να αυξήθηκε η μάζα του επιταχυνόμενου σώματος, πράγμα που μπορεί να συμβαίνει μόνο αν η κρούση μεταξύ των σωμάτων είναι πλαστική και από μάζα  $m_1$ , περάσαμε σε μάζα  $(m_1+m_2)$ .

ii) Επιστρέφοντας στον θεμελιώδη νόμο και με χρήση των σχέσεων (1) παίρνουμε:

$$F = m_1 a_1 = m_1 \cdot \frac{6}{t_1} \quad (2) \quad \text{και} \quad F = (m_1 + m_2) a_2 = (m_1 + m_2) \cdot \frac{2}{t_1} \quad (2) \rightarrow$$

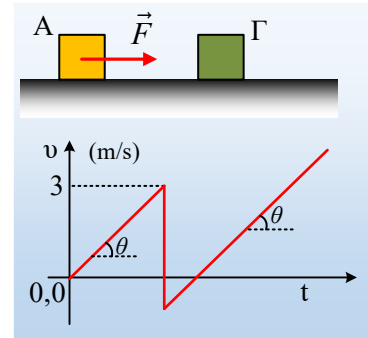
$$m_1 \cdot \frac{6}{t_1} = (m_1 + m_2) \cdot \frac{2}{t_1} \rightarrow m_1 + m_2 = 3m_1 \rightarrow m_2 = 2m_1$$

iii) Επειδή η κρούση έχει αμελητέα διάρκεια η δράση της δύναμης  $F$ , στην διάρκεια της κρούσης, μπορεί να αγνοηθεί, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για την παραπάνω κρούση, θεωρώντας ότι το σώμα Β πριν την κρούση κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα  $v_2$ :

$$\begin{aligned} \vec{P}_{\text{πριν}} &= \vec{P}_{\text{μετά}} \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\kappa} \xrightarrow{\text{αντικατάσταση (S.I.)}} \\ 6m_1 + 2m_1 v_2 &= 3m_1 \cdot 1 \rightarrow \\ v_2 &= -1,5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Το σώμα Β δηλαδή κινείται πριν την κρούση προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου 1,5m/s.

2) Ένα σώμα Α κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F$  και μια στιγμή συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα Γ. Στο διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας του Α σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Η κρούση έχει αμελητέα διάρκεια, ενώ η δύναμη  $F$  συνεχίζει να ασκείται στο σώμα και μετά την κρούση.



i) Να αποδείξετε ότι η κρούση δεν είναι πλαστική.

ii) Αν η κρούση μεταξύ των σωμάτων είναι ελαστική, τότε, να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας σύντομες δικαιολογήσεις.

α) Αν τα σώματα έχουν ίσες μάζες, τότε μπορεί το σώμα Γ να ήταν ακίνητο πριν την κρούση.

β) Αν  $m_2=3m_1$ , όπου  $m_1$  και  $m_2$  οι μάζες των σωμάτων Α και Γ αντίστοιχα, τότε πριν την κρούση το Γ σώμα μπορεί να κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα μεγαλύτερη από 1m/s.

### Απάντηση:

i) Στο διάγραμμα  $v-t$  η κλίση δίνει την επιτάχυνση του σώματος  $\alpha = \frac{dv}{dt}$ . Αλλά με βάση το διάγραμμα που

δίνεται η κλίση, τόσο πριν όσο και μετά την κρούση (τη στιγμή της απότομης μεταβολής της ταχύτητας του Α σώματος) η κλίση παραμένει σταθερή, συνεπώς το σώμα Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση, χωρίς να έχει δημιουργηθεί κάποιο συσσωμάτωμα.

ii) Έστω τώρα ότι η κρούση είναι κεντρική και ελαστική.

α) Αν τα δύο σώματα έχουν ίσες μάζες, τότε ανταλλάσσουν ταχύτητες. Αλλά τότε το σώμα Α θα έπρεπε να αποκτήσει μηδενική ταχύτητα μετά την κρούση. Η πρόταση είναι λανθασμένη.

β) Για την ταχύτητα του Α σώματος μετά την κρούση ισχύει η εξίσωση:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

Με αντικατάσταση  $m_2=3m_1$  και τις τιμές της ταχύτητας του Α σώματος, από το διάγραμμα, θα έχουμε (στο S.I.):

$$v_1' = \frac{m_1 - 3m_1}{m_1 + 3m_1} \cdot 3 + \frac{2 \cdot 3m_1}{m_1 + 3m_1} v_2 \rightarrow v_1' = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} v_2 < 0 \Rightarrow$$

$$v_2 < 1 \text{ m/s}$$

Η πρόταση είναι λανθασμένη.

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)