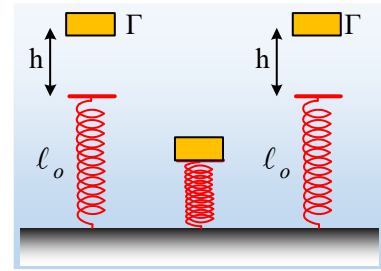


Όταν το σώμα πέσει στο ελατήριο

Ένα ιδανικό ελατήριο στηρίζεται στο έδαφος σε κατακόρυφη θέση. Από μια θέση Γ σε ύψος h πάνω από το ελεύθερο άκρο του αφήνουμε να πέσει ένα σώμα, το οποίο αφού συμπιέσει το ελατήριο, μετά από λίγο επιστρέφει στην θέση Γ.



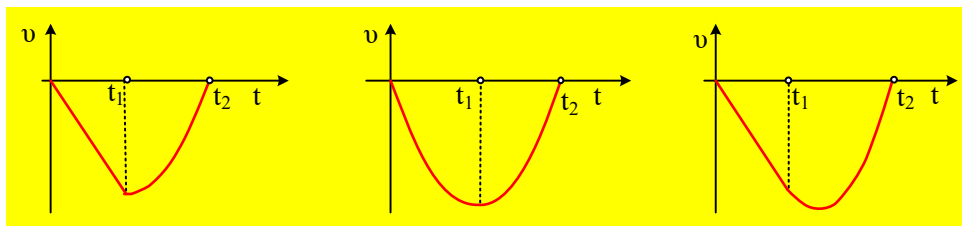
i) Για την ενέργεια της ταλάντωσης που πραγματοποιεί το σώμα, όσο χρόνο βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο, ισχύει:

α) $E < mgh$, β) $E = mgh$, γ) $E > mgh$.

ii) Αν T η περίοδος της παραπάνω ταλάντωσης, τότε ο χρόνος που το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ελατήριο είναι ίσος:

α) $t = \frac{1}{2} T$, β) $\frac{1}{2} T < t < T$, γ) $t = T$.

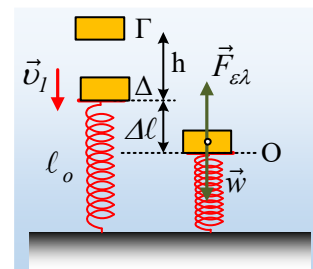
iii) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις, παριστάνει την ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t_2 που σταματά η προς τα κάτω κίνησή του (θετική φορά προς τα πάνω);



Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Το σώμα πέφτοντας φτάνει στο άκρο Δ του ελατηρίου, έχοντας ταχύτητα v_1 , οπότε ξεκινά μια αατ, γύρω από την θέση ισορροπίας O, όπως στο σχήμα. Η αατ που πραγματοποιεί έχει την θέση O, ως θέση ισορροπίας, όπου $\Sigma F = 0$ ή $k \cdot \Delta\ell = mg$. Γύρω από την θέση O θα ταλαντωθεί με πλάτος A, συσπειρώνοντας ακόμη περισσότερο το ελατήριο.



i) Για την ελεύθερη πτώση (από την αρχική θέση Γ, μέχρι την θέση Δ που έρχεται σε επαφή με το ελατήριο) ισχύει η ΑΔΜΕ, από όπου βρίσκουμε:

$$K_\Gamma + U_\Gamma = K_\Delta + U_\Delta \xrightarrow{U_\Delta=0} mgh = \frac{1}{2}mv_1^2$$

Η ενέργεια ταλάντωσης, ίση με την ενέργεια στην θέση Δ, θα είναι ίση:

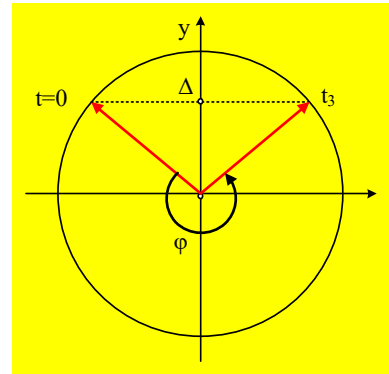
$$E_\tau = K_\Delta + U_\Delta = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 = mgh + \frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 > mgh$$

Σωστό το γ).

ii) Αν σχεδιάσουμε τον κύκλο αναφοράς της ταλάντωσης, όπως στο παρακάτω σχήμα, βλέπουμε το σώμα να

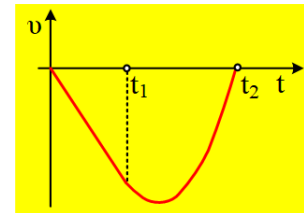
φτάνει στο σημείο Δ την στιγμή $t=0$, να αρχίζει την αατ και αφού φτάσει στην κάτω ακραία θέση, επιστρέφει και κινούμενο προς τα πάνω, εγκαταλείπει το ελατήριο.

Αλλά τότε η φάση μεταβάλλεται κατά $\varphi=\omega t$ και τότε το περιστρεφόμενο διάνυσμα διαγράφει την γωνία φ , γωνία μεγαλύτερη από 180° , αλλά μικρότερη από 360° , οπότε ο χρόνος που θα απαιτηθεί θα είναι μεταξύ της μισής περιόδου και ολόκληρης της περιόδου. Σωστό το β).



- iii) Το σώμα αρχικά πέφτει ελεύθερα οπότε η ταχύτητα πτώσης είναι ανάλογη του χρόνου ($v=-gt$, όπου το (-) λόγω κίνησης προς τα κάτω), μέχρι την θέση Δ , τη στιγμή t_1 . Η γραφική παράσταση στο διάστημα αυτό θα είναι ευθεία, οπότε απορρίπτεται το μεσαίο διάγραμμα.

Στη συνέχεια ξεκινά την αατ, κινούμενο προς την θέση ισορροπίας του O , οπότε το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται, αποκτά το μέγιστο μέτρο ταχύτητας στο O , στη συνέχεια επιβραδύνεται και σταματά στην κάτω ακραία απομάκρυνση τη στιγμή t_2 . Συνεπώς το σωστό διάγραμμα είναι το τρίτο από τα παραπάνω σχήματα.



dmargaris@gmail.com