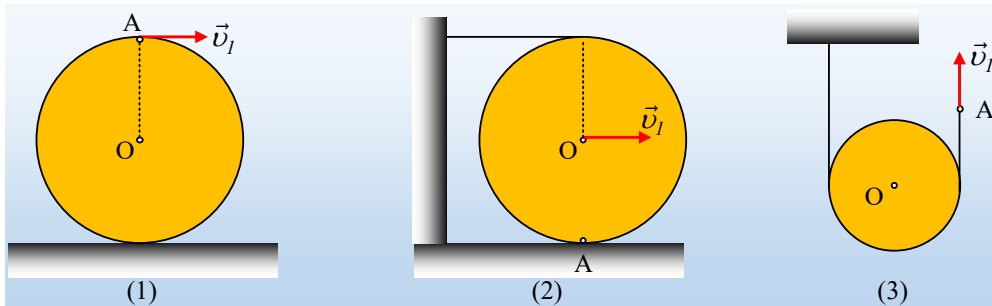


Η σύνθετη κίνηση και οι ταχύτητες

- i) Ένας δίσκος κυλιέται σε οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα (1) και το ανώτερο σημείο του A, έχει ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου O του δίσκου.



- ii) Στο σχήμα (2), γύρω από έναν λεπτό δίσκο έχουμε τυλίξει ένα νήμα, το άκρο του οποίου έχει δεθεί σε κατακόρυφο τοίχο. Το κέντρο O του δίσκου κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$ και το νήμα που ξετυλίγεται παραμένει οριζόντιο. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σημείου A, επαφής του δίσκου με το οριζόντιο επίπεδο.

- iii) Γύρω από μια τροχαλία έχουμε περάσει ένα μη εκτατό νήμα, το ένα άκρο του οποίου έχουμε δέσει στο ταβάνι, ενώ το άλλο άκρο A, κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα $v_1=1\text{m/s}$, όπως στο σχήμα (3) (κινητή τροχαλία).

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κέντρου O της τροχαλίας.

β) Πόσο θα ανέβει το κέντρο O της τροχαλίας, αν το άκρο A του νήματος ανέβει 0,4m;

Απαντήσεις:

- i) Αν ο δίσκος κυλιέται (χωρίς να ολισθαίνει) σημαίνει ότι το σημείο επαφής με το έδαφος έχει μηδενική ταχύτητα. Αλλά τότε θεωρώντας την κίνηση σύνθετη, ο δίσκος θα στρέφεται σύμφωνα με την φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα ω και θα ισχύει:

$$v_{cm} = \omega R \quad (1)$$

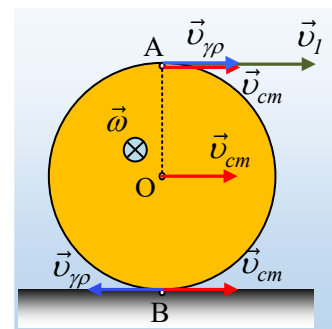
Αλλά τότε η ταχύτητα του ανώτερου σημείου A, θα είναι ίση:

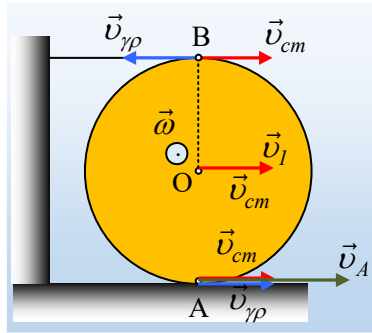
$$v_A = v_{cm} + v_{\gamma\rho} \rightarrow v_1 = v_{cm} + \omega R \xrightarrow{(1)}$$

$$v_1 = 2v_{cm} \rightarrow v_{cm} = \frac{v_1}{2} = 0,5\text{m/s}.$$

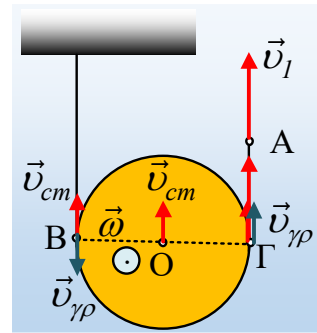
- ii) Με την ίδια λογική, όπως παραπάνω το σημείο B (στο οποίο καταλήγει το νήμα), έχει την ταχύτητα του νήματος, δηλαδή $v=0$, πράγμα που επιβάλλει ο δίσκος να στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού, όπως στο παρακάτω σχήμα (2^α).

Αλλά τότε για το σημείο B θα έχουμε:





(2α)



(3α)

$$v_B = v_{cm} - \omega R = 0 \rightarrow v_{cm} = \omega R \quad (2)$$

Ενώ για το σημείο A:

$$v_A = v_{cm} + \omega R \xrightarrow{(2)} v_A = 2v_{cm} = 2 \cdot 1m / s = 2m / s.$$

iii) Στην κινητή τροχαλία, αν εστιάσουμε στα άκρα B και Γ μιας οριζόντιας διαμέτρου, το μεν B θα έχει την ταχύτητα του αριστερού τμήματος του νήματος ($v_B=0$), ενώ το Γ ίδια ταχύτητα με το άκρο A, Αλλά τότε για να έχει μηδενική ταχύτητα το B θα πρέπει η τροχαλία να στρέφεται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού και:

$$v_B = v_{cm} - \omega R = 0 \rightarrow v_{cm} = \omega R \quad (3)$$

α) Έτσι για την ταχύτητα του σημείου Γ, θα έχουμε:

$$v_\Gamma = v_A = v_{cm} + \omega R \rightarrow v_A = 2v_{cm} \rightarrow$$

$$v_{cm} = \frac{v_A}{2} = \frac{v_\Gamma}{2} = 0,5m / s$$

β) Το άκρο A θα ανέβει σε χρονικό διάστημα t_1 κατά:

$$y_1 = v_\Gamma \cdot t$$

Στον ίδιο χρόνο το κέντρο της τροχαλίας O θα ανέβει κατά y_2 , όπου:

$$y_2 = v_{cm} \cdot t_1 = \frac{v_\Gamma}{2} \cdot t_1 = \frac{1}{2} y_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,4m = 0,2m$$

dmargaris@gmail.com