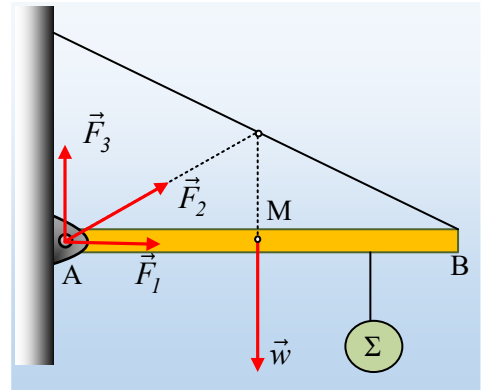


Δυο ισορροπίες μιας οριζόντιας ράβδου

Μια ομογενής ράβδος AB είναι αρθρωμένη σε τοίχο, στο άκρο της A, ενώ το άλλο άκρο της B, είναι δεμένο με τη βοήθεια νήματος με τον ίδιο τοίχο ισορροπώντας σε οριζόντια θέση. Από την ράβδο έχει κρεμαστεί, μέσω δεύτερου νήματος μια σφαίρα Σ, όπως στο σχήμα.



i) Η δύναμη στην ράβδο από την άρθρωση έχει διεύθυνση:

- α) όπως η δύναμη F_1 ,
- β) όπως η F_2 ,
- γ) όπως η F_3 ,
- δ) Άλλη διεύθυνση.

ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα από το οποίο κρέμεται η σφαίρα Σ, ενώ η ράβδος συνεχίζει να ισορροπεί.

Τότε η δύναμη από την άρθρωση έχει διεύθυνση:

- α) όπως η δύναμη F_1 ,
- β) όπως η F_2 ,
- γ) όπως η F_3 ,
- δ) Άλλη διεύθυνση.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, όπου T_1 και T_2 οι τάσεις των δύο νημάτων. Αφού η ράβδος ισορροπεί το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων, ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι ίσο με μηδέν.

α) Έστω ότι η δύναμη από την άρθρωση είναι η \vec{F}_1 . Παίρνοντας τις ροπές ως προς το άκρο B, θα έχουμε:

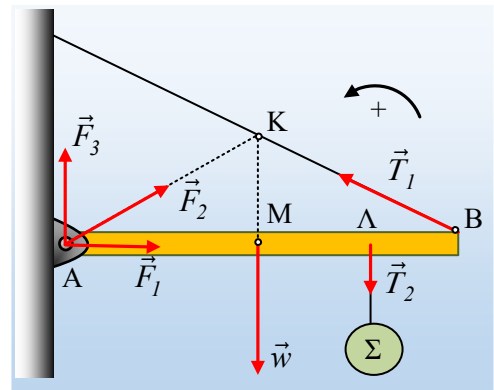
$$\Sigma \tau_B = 0 \rightarrow T_1 \cdot 0 + w \cdot (MB) + T_2 \cdot (AB) + F_1 \cdot 0 = 0 \rightarrow$$

$$w \cdot (MB) + T_2 \cdot (AB) = 0, \text{ άτοπο.}$$

β) Έστω ότι η δύναμη έχει την κατεύθυνση της \vec{F}_2 . Παίρνοντας τώρα τις ροπές ως προς το σημείο K, που τέμνονται οι φορείς του βάρους και της τάσης T_1 , θα έχουμε

$$\Sigma \tau_K = 0 \rightarrow w \cdot 0 + T_1 \cdot 0 + F_2 \cdot 0 - T_2 \cdot d = 0 \rightarrow d = 0$$

Όπου d η απόσταση του K, από τον φορέα της τάσης T_2 , πράγμα άτοπο, αφού $d = (M\Lambda) \neq 0$.



γ) Έστω ότι η δύναμη από τον άξονα είναι κατακόρυφη, όπως η δύναμη \vec{F}_3 . Τότε όμως από την συνθήκη ισορροπίας με βάση τις ασκούμενες δυνάμεις:

$$\Sigma F_x=0 \rightarrow T_{Ix}=0, \text{ άτοπο}$$

Αφού η οριζόντια συνιστώσα της τάσης του νήματος δεν είναι μηδενική, ενώ δεν εξουδετερώνεται από κάποια άλλη οριζόντια δύναμη.

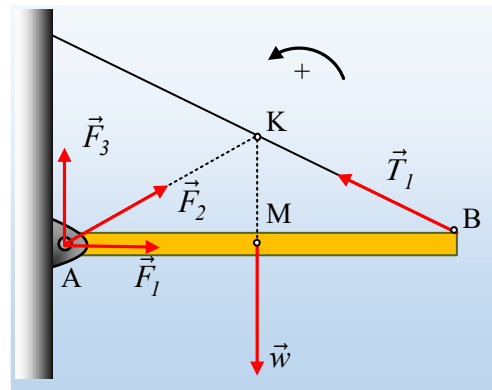
Άρα σωστή είναι η δ) επιλογή και η διεύθυνση της δύναμης είναι κάποια άλλη και όχι μια από αυτές που έχουν σημειωθεί στο σχήμα.

ii) Μόλις απομακρυνθεί η σφαίρα Σ, στη ράβδο ασκούνται πια μόνο τρεις δυνάμεις, το βάρος, η τάση του νήματος T_1 και η δύναμη από την άρθρωση. Αλλά τότε αν πάρουμε τις ροπές ως προς το σημείο K, θα έχουμε:

$$\Sigma \tau_K=0 \rightarrow w \cdot \theta + T_1 \cdot \theta + F \cdot d = 0 \rightarrow d = 0$$

Όπου d ο μοχλοβραχίονας της δύναμης από την άρθρωση ως προς το K, πράγμα που σημαίνει ότι η δύναμη έχει την κατεύθυνση της F_2 . Με άλλα λόγια αν οι δύο δυνάμεις περνάνε από το K, τότε και η Τρίτη θα πρέπει να διέρχεται από το K για να ισχύει ότι $\Sigma \tau = 0$.

Σωστό το β).



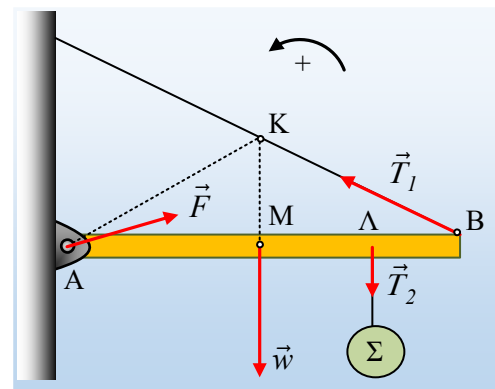
Σχόλιο.

Και αν κάποιος μας ρωτούσε για την κατεύθυνση της δύναμης από την άρθρωση στο i) ερώτημα; Η απάντηση προκύπτει αν πάρουμε τις ροπές ως προς το σημείο K:

$$\Sigma \tau = 0 \rightarrow w \cdot \theta + T_1 \cdot \theta + \tau_{T2} + \tau_F = 0 \rightarrow$$

$$\tau_{T2} + \tau_F = 0$$

Αλλά $\tau_{T2} = -T_2 \cdot (M\Lambda) < 0$, οπότε $\tau_F > 0$, πράγμα που σημαίνει ότι ο φορέας της δύναμης F, πρέπει να περνά από κάποιο σημείο μεταξύ B και K, για να μπορεί η ροπή της δύναμης να είναι θετική, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



dmargaris@gmail.com