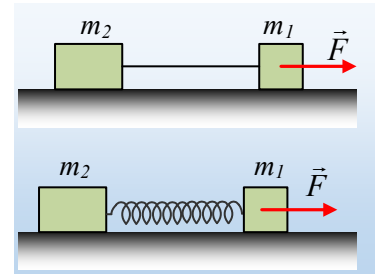


Δυο σώματα αποκτούν την ίδια επιτάχυνση

Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 , δεμένα στο άκρο νήματος αμελητέας μάζας και σταθερού μήκους, σύρονται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F , όπως στο πάνω σχήμα.



i) Τα σώματα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση, μέτρου:

$$\alpha) \alpha = \frac{F}{m_1}, \quad \beta) \alpha = \frac{F}{m_2}, \quad \gamma) \alpha = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

ii) Η τάση του νήματος, η οποία ασκείται στο σώμα μάζας m_2 , έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο:

$$\alpha) T = \frac{F}{m_1 + m_2}, \quad \beta) T = \frac{m_1}{m_1 + m_2} F, \quad \gamma) T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F, \quad \delta) \text{άλλη τιμή}$$

iii) Αν την θέση του νήματος πάρει ένα ιδανικό ελατήριο και τα σώματα κινούνται ξανά προς τα δεξιά, με την ίδια επιτάχυνση (και σταθερό μήκος ελατηρίου), όπως στο κάτω σχήμα, τότε:

α) Να εξηγήσετε γιατί το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί.

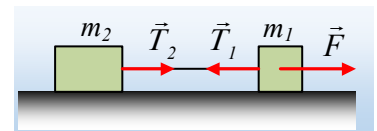
β) Αν η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι ίση με $\Delta\ell$, τότε το ελατήριο αυτό έχει σταθερά:

$$\alpha) k = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{F}{\Delta\ell}, \quad \beta) k = \frac{\Delta\ell \cdot m_2}{m_1 + m_2} F, \quad \gamma) k = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot \frac{F}{\Delta\ell}, \quad \delta) \text{άλλη τιμή}$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα δυο σώματα, στην οριζόντια διεύθυνση (έχουν παραληφθεί το βάρος και η δύναμη από το επίπεδο, δυνάμεις κατακόρυφες)



Για τις δυο δυνάμεις T_1 και T_2 που το νήμα ασκεί στα σώματα, μπορεί να αποδειχτεί ότι, αφού το νήμα είναι αβαρές, θα έχουν το ίδιο μέτρο, οπότε μιλάμε για την τάση του νήματος T !

(μπορείτε να το αποδείξετε;)

Αφού το νήμα έχει σταθερό μήκος, τα δυο σώματα κινούνται έχοντας σταθερή απόσταση μεταξύ τους, όση το μήκος του νήματος, αλλά αυτό σημαίνει ότι κάθε στιγμή έχουν την ίδια ταχύτητα και άρα την ίδια επιτάχυνση. Οπότε εφαρμόζουμε για κάθε σώμα το 2^ο νόμο του Νεύτωνα και παίρνουμε:

$$\Sigma F_1 = m_1 a \rightarrow F - T = m_1 a \quad (1)$$

$$\Sigma F_2 = m_2 a \rightarrow T = m_2 a \quad (2)$$

Με πρόσθεση κατά μέλη παίρνουμε:

$$F - T + T = m_1 a + m_2 a \rightarrow \alpha = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

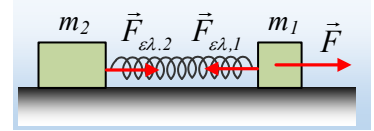
Σωστό το γ).

ii) Με αντικατάσταση στην (2), βρίσκουμε την τάση του νήματος να έχει μέτρο:

$$T = m_2 a = m_2 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$

Σωστό το γ).

iii) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται τώρα στα δυο σώματα, όπου τις θέσεις των T_1 και T_2 , έχουν πάρει οι δυνάμεις από το ελατήριο, ίσων μέτρων, οι οποίες ικανοποιούν τον νόμο του Hooke:



$$F_{ελ} = k \cdot \Delta \ell$$

α) Για να μπορεί να επιταχύνεται το σώμα μάζας m_2 προς τα δεξιά, θα πρέπει να δέχεται και κατάλληλη δύναμη, επίσης προς τα δεξιά και η μόνη δυνατή εκδοχή, είναι η δύναμη $F_{ελ,2}$ να έχει φορά προς τα δεξιά. Αλλά αυτό σημαίνει ότι το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί αφού τείνει να πάρει το αρχικό μήκος του.

Β) Δουλεύοντας όπως και στο ερωτήματα i) και ii) βρίσκουμε ξανά ότι το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου, θα έχει το ίδιο μέτρο με την τάση του νήματος, δηλαδή:

$$F_{ελ} = T = m_2 a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \xrightarrow{F_{ελ} = k \cdot \Delta \ell}$$

$$k \cdot \Delta \ell = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F \rightarrow$$

$$k = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{F}{\Delta \ell}$$

Σωστό το α)

dmargaris@gmail.com