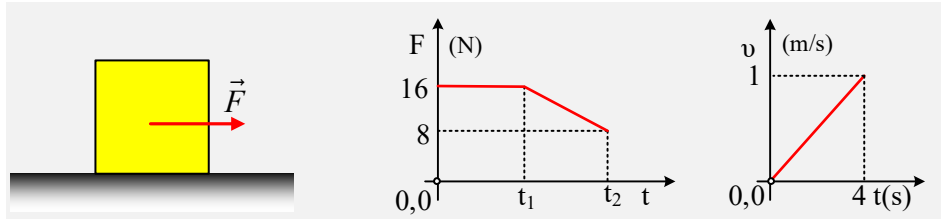


Παίρνοντας πληροφορίες από δύο διαγράμματα

Ένα σώμα μάζας $m=40\text{kg}$, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Μια στιγμή $t=0$, ασκούμε πάνω του μια οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται, όπως στο πρώτο διάγραμμα. Στο δεύτερο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητα του σώματος στα τέσσερα πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης.



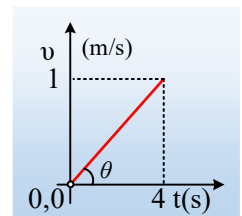
- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος από 0-4s.
- ii) Να αποδείξετε ότι το επίπεδο δεν είναι λείο και στη συνέχεια να υπολογιστεί το μέτρο της ασκούμενης τριβής ολίσθησης.
- iii) Για την χρονική στιγμή t_1 που αρχίζει να μεταβάλλεται το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F , ισχύει:
 - α) $t_1 < 4\text{s}$, β) $t_1 \geq 4\text{s}$.
- iv) Αν τη στιγμή t_1 το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά $\Delta x_1 = 4,5\text{m}$, να βρεθεί η ταχύτητά του v_1 , τη στιγμή αυτή.
- v) Να εξετάσετε την ορθότητα ή μη της πρότασης:

«Το σώμα στο χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$ επιβραδύνεται, συνεπώς για τις ταχύτητες στις αντίστοιχες στιγμές ισχύει $v_2 < v_1$ ».

Απάντηση:

- i) Η κλίση στο διάγραμμα $v-t$ μας δίνει την επιτάχυνση του σώματος. Αλλά η κλίση αυτή στο διπλανό διάγραμμα, παραμένει σταθερή, συνεπώς το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση:

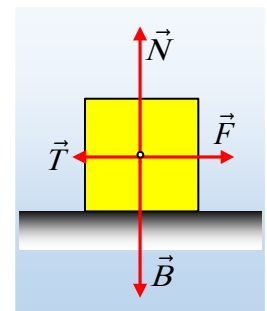
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1-0}{4-0} \text{ m/s} = 0,25 \text{ m/s}^2.$$



- ii) Έστω ότι το επίπεδο είναι λείο. Τότε το κιβώτιο επιταχύνεται με μόνη οριζόντια δύναμη, την ασκούμενη δύναμη F . Αλλά τότε από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα, θα παίρναμε:

$$F = ma' \rightarrow a' = \frac{F}{m} = \frac{16\text{N}}{40\text{kg}} = 0,40 \text{ m/s}^2.$$

Η παραπάνω επιτάχυνση είναι μεγαλύτερη από αυτή του i) ερωτήματος, την οποία αποκτά το κιβώτιο, πράγμα που σημαίνει ότι το επίπεδο δεν είναι λείο και κάποια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης από την F , ασκείται στο κιβώτιο, μειώνοντας την επιτάχυνση από τα $0,4\text{m/s}^2$, στα $0,25\text{m/s}^2$. Προφανώς αυτή δεν μπορεί να είναι άλλη από την τριβή. (Στο σχήμα, αντιμετωπίζοντας το κιβώτιο σαν υλικό σημείο, σχεδιάστηκαν όλες οι ασκούμενες δυνάμεις σε ένα σημείο.)



Εφαρμόζοντας τώρα το θεμελιώδη νόμο της δυναμικής για την οριζόντια διεύθυνση x, θα έχουμε:

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= ma \rightarrow F - T = ma \rightarrow \\ T &= F - ma = 16\text{N} - 40 \cdot 0,25\text{N} = 6\text{N}\end{aligned}$$

iii) Μέχρι τη στιγμή t_1 η ασκούμενη δύναμη F είναι σταθερή, άρα το κιβώτιο κινείται και με σταθερή επιτάχυνση, αφού και η τριβή ολίσθησης είναι επίσης σταθερή. Αλλά από το 2^ο διάγραμμα βλέπουμε ότι σταθερή επιτάχυνση έχουμε και στο διάστημα 0-4s. Συνεπώς η επιτάχυνση πρόκειται να αλλάξει μετά τα 4s, οπότε η t_1 είναι μεγαλύτερη ή ίση με 4s. Σωστό το β) $t_2 \geq 4\text{s}$.

iv) Μέχρι τη στιγμή t_1 το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, για την οποία ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = \alpha t \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (2)$$

Από την (2) παίρνουμε για $t=t_1$:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x_1}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,5}{0,25}} \text{s} = \sqrt{36} \text{s} = 6\text{s}$$

Επιβεβαιώνοντας ότι $t_1 > 4\text{s}$, οπότε με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$v_1 = \alpha t_1 = 0,25 \cdot 6 \text{ m/s} = 1,5 \text{ m/s}$$

v) Στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F μειώνεται, παραμένοντας όμως συνεχώς μεγαλύτερο από το μέτρο της τριβής ($T=6\text{N}$). Αλλά τότε η συνισταμένη δύναμη:

$$\Sigma F = ma_1 \rightarrow F - T = ma_1 > 0$$

είναι θετική, έχοντας κατεύθυνση προς τα δεξιά, οπότε συνεχίζει να επιταχύνει το κιβώτιο, η ταχύτητα του οποίου αυξάνεται. Συνεπώς $v_2 > v_1$ και η πρόταση είναι λανθασμένη.

dmargaris@gmail.com