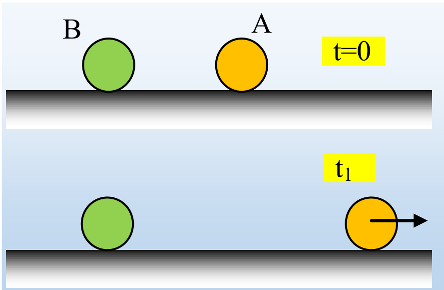
Δυο σφαίρες αλληλεπιδρούν



Σε λείο μονωτικό οριζόντιο επίπεδο συγκρατούνται σε απόσταση r=1,5cm δύο μικρές αγώγιμες φορτισμένες σφαίρες Α και Β. Οι σφαίρες έχουν μάζες m_1=0,1kg και m_2=0,2kg, ενώ φέρουν φορτία q_1=3μC και q_2=2μC αντίστοιχα.

i) Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος.

ii) Σε μια στιγμή t=0, αφήνουμε ελεύθερη την Α σφαίρα, οπότε μετά από λίγο τη στιγμή t_1, η απόσταση μεταξύ των σφαιρών είναι ίση με r_1=3cm. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας Α στη θέση αυτή;

iii) Την παραπάνω στιγμή, ελευθερώνουμε και την σφαίρα Β, οπότε τη στιγμή t_2, η Α σφαίρα έχει ταχύτητα $υ_1$=8m/s.

α) Ποια η ταχύτητα της Β σφαίρας την στιγμή t_2;

β) Ποια η απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών τη στιγμή αυτή;

γ) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης που επιταχύνει την σφαίρα Β, από τη στιγμή t_1 έως τη στιγμή t_2.

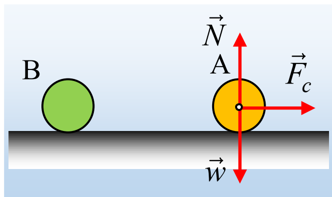
Δίνεται $k_c=9\cdot10^9 N\cdot m^2/C^2$.

Απάντηση:

i) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών εξαιτίας των φορτίων τους, είναι:

$$U = k_c\frac{q_1q_2}{r} = 9\cdot10^9\frac{3\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-6}}{1,5\cdot10^{-2}}J = 3,6J$$

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στη σφαίρα Α, σε μια τυχαία θέση, ενώ η σφαίρα Β συγκρατείται στην θέση της. Μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα της σφαίρας Α, αφού μετατοπισθεί κατά Δx=1,5cm, με εφαρμογή της διατήρησης της ενέργειας, είτε με χρήση του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.). Ας χρησιμοποιήσουμε το δεύτερο:



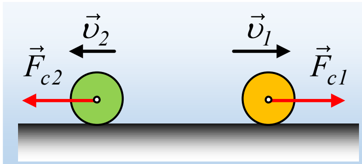
$$K_{τελ}-K_{αρχ}=W_w+W_N+W_{Fc} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1υ_o^2 - 0 = q_1(V_a - V_κ) \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1υ_o^2 = k_c\frac{q_1q_2}{r} - k_c\frac{q_1q_2}{r_1} \rightarrow υ_o = \sqrt{\frac{2k_cq_1q_2}{m_1}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_1}\right)}$$

$$υ_o = \sqrt{\frac{2\cdot9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-6}}{0,1}\left(\frac{1}{1,5\cdot10^{-2}}-\frac{1}{3\cdot10^{-2}}\right)}m/s = 6m/s$$

iii) Μόλις αφεθεί ελεύθερη και η σφαίρα Β, τότε έχουμε πια ένα μονωμένο σύστημα, αφού οι δυο σφαίρες επιταχύνονται με την επίδραση των εσωτερικών δυνάμεων F_{c1} και F_{c2} (στο σχήμα δεν σχεδιάσαμε τα βάρη και τις αντιδράσεις από το επίπεδο, αφού οι σφαίρες ισορροπούν στην κατακόρυφη διεύθυνση.



α) Εφαρμόζοντας για το σύστημα την αρχή διατήρηση της ορμής μεταξύ των θέσεων που βρίσκονται τις στιγμές t_1 και t_2, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική και λαμβάνοντας υπόψη ότι η σφαίρα Β θα κινηθεί προς τα αριστερά, λόγω απωστικής δύναμης, παίρνουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \rightarrow m_1\upsilon_o = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \rightarrow$$

$$\upsilon_2 = \frac{m_1(\upsilon_1 - \upsilon_o)}{m_2} = \frac{0,1(8-6)}{0,2} m/s = 1m/s$$

β) Εφαρμόζοντας εξάλλου την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων παίρνουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \rightarrow (1)$$

Αλλά:

$$K_{αρχ} = ½\, m_1\upsilon_o^2 = ½ \cdot 0,1 \cdot 6^2 J = 1,8J$$

$$U_{αρχ} = k_c \frac{q_1 q_2}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} J = 1,8J$$

$$K_{τελ} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}0,1 \cdot 8^2 J + \frac{1}{2}0,2 \cdot 1^2 J = 3,3J$$

Οπότε από την σχέση (1) παίρνουμε:

$$U_{τελ} = 1,8J + 1,8J - 3,3J = 0,3J$$

$$\text{Αλλά } U_{τελ} = k_c \frac{q_1 q_2}{r_2} \rightarrow$$

$$r_2 = k_c \frac{q_1 q_2}{U_{τελ}} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-1}} m = 18 \cdot 10^{-2} m = 18cm$$

γ) Εφαρμόζουμε για τη σφαίρα Β το Θ.Μ.Κ.Ε. από t_1 έως t_2:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w + W_N + W_{Fc2} \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 - 0 = 0 + 0 + W_{F_{c2}} \rightarrow$$

$$W_{F_{c2}} = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}0,2 \cdot 1^2 J = 0,1J$$

dmargaris@gmail.com