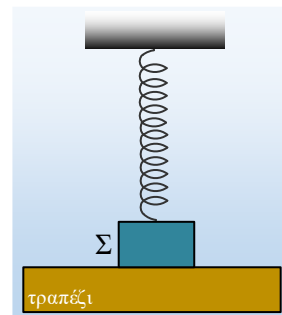


Μια ισορροπία σώματος και ένα ελατήριο

Ένα σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$, ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στο ταβάνι, ενώ ταυτόχρονα στηρίζεται σε τραπέζι, όπως στο σχήμα. Στην περίπτωση αυτή το ελατήριο, με σταθερά $k=100\text{N/m}$, έχει επιμήκυνση $\Delta\ell=15\text{cm}$.



- i) Ποια δύναμη παραμορφώνει το ελατήριο και ποιο το μέτρο της.
- ii) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ .
- iii) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που το ελατήριο ασκεί στο σώμα Σ .
- iv) Να βρεθεί η δύναμη που το σώμα Σ ασκεί στο τραπέζι.
- v) Αν κάποια στιγμή αφαιρέσουμε ακαριαία το τραπέζι που στηρίζει το σώμα Σ , ποια θα είναι η επιτάχυνση (στιγμιαία) που θα αποκτήσει το σώμα Σ ;

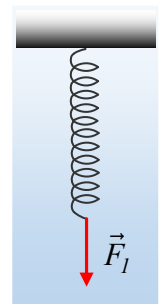
Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Το ελατήριο δέχεται μια κατακόρυφη δύναμη \vec{F}_I από το σώμα Σ , υπεύθυνη για την επιμήκυνσή του. Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke, μεταξύ αιτίας και αποτελέσματος ισχύει η εξίσωση:

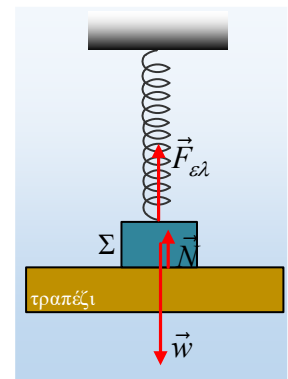
$$|F_I| = k \cdot \Delta\ell = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0,15\text{m} = 15\text{N}$$

Όπου $|F_I|$ το μέτρο της δύναμης.



- ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο σώμα Σ , όπου \vec{w} το βάρος του σώματος, \vec{N} η δύναμη από το τραπέζι (η δύναμη στήριξης) και $\vec{F}_{ελ}$ η δύναμη του ελατηρίου, η δύναμη δηλαδή που το ελατήριο ασκεί στο σώμα Σ , η αντίδραση της δύναμης \vec{F}_I , η οποία επιμηκώνει το ελατήριο.
- iii) Αφού η δύναμη του ελατηρίου είναι η αντίδραση της δύναμης \vec{F}_I , θα έχει και αυτή μέτρο:

$$|F_{ελ}| = k \cdot \Delta\ell = 15\text{N}.$$



- iv) Από την ισορροπία του σώματος Σ παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{N} + \vec{w} = 0 \xrightarrow{\text{μέτρα}}$$

$$|F_{ελ}| + |N| = |w| \rightarrow |N| = mg - |F_{ελ}| = 2 \cdot 10\text{N} - 15\text{N} = 5\text{N}$$

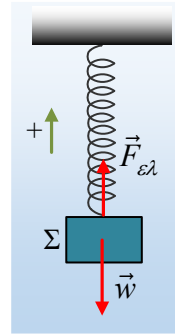
- v) Μόλις απομακρυνθεί το τραπέζι, παύει να ασκείται η δύναμη N , οπότε στο σώμα ασκούνται πλέον οι δύο δυνάμεις του σχήματος, βάρος και δύναμη του ελατηρίου.

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της δυναμικής και θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{αλγ}} F_{\varepsilon\lambda} - mg = ma \rightarrow$$

$$a = \frac{F_{\varepsilon\lambda} - mg}{m} = \frac{15\text{N} - 2 \cdot 10\text{N}}{2\text{kg}} = -2,5\text{m/s}^2.$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο (-), μας λέει ότι η επιτάχυνση του σώματος θα έχει κατεύθυνση προς τα κάτω.



Σχόλιο:

Εναλλακτικά θα μπορούσαμε να δουλέψουμε με μέτρα τον δεύτερο νόμο, αφού παρατηρήσουμε ότι το βάρος έχει μεγαλύτερο μέτρο από την δύναμη του ελατηρίου, οπότε θα γράψουμε:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{\text{μέτρα}} mg - |F_{\varepsilon\lambda}| = m|a| \rightarrow$$

$$|a| = \frac{mg - |F_{\varepsilon\lambda}|}{m} = \frac{20\text{N} - 15\text{N}}{2\text{kg}} = 2,5\text{m/s}^2.$$

Όσον αφορά την κατεύθυνσή της, αφού η συνισταμένη δύναμη έχει φορά προς τα κάτω, προς τα κάτω θα είναι και η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα Σ.

dmargaris@gmail.com