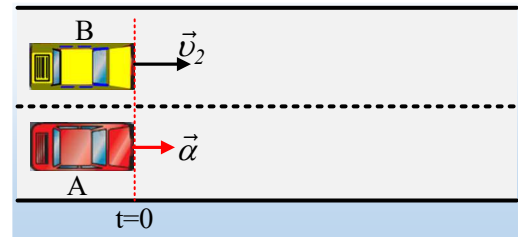


Έμεινε πίσω, αλλά πότε θα το φτάσει;

Ένα αυτοκίνητο Α είναι σταματημένο μπροστά από το φανάρι που είναι κόκκινο, σε ένα ευθύγραμμο δρόμο. Τη στιγμή $t_0=0$ που το φανάρι γίνεται πράσινο, ο οδηγός προσδίδει στο αυτοκίνητο μια σταθερή επιτάχυνση $a=2\text{m/s}^2$. Την ίδια στιγμή ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β, περνά δίπλα του, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα $v_2=72\text{km/h}$.



- Ποια χρονική στιγμή t_1 , το Α αυτοκίνητο θα αποκτήσει την ταχύτητα του Β; Πόσο απέχουν την στιγμή αυτή τα δύο οχήματα.
- Η παραπάνω απόσταση θα αυξηθεί στη συνέχεια ή θα μειωθεί; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- Τη στιγμή t_2 που η ταχύτητα του Α αυτοκινήτου γίνει ίση με 108km/h , ο οδηγός παύει να επιταχύνει το όχημα, διατηρώντας σταθερή την ταχύτητά του.
 - Να βρεθεί η στιγμή t_2 που σταματά η επιτάχυνση του Α αυτοκινήτου.
 - Πόσο απέχουν τα δύο οχήματα τη στιγμή t_2 ;
 - Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση τα δύο οχήματα θα βρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο;

Απάντηση:

- Θεωρώντας την αρχική θέση του Α αυτοκινήτου ως αρχή ($x=0$) ενός προσανατολισμένου άξονα με θετική φορά την κατεύθυνση κίνησης των οχημάτων, για το Α όχημα ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v_1 = at \quad (1) \quad x_1 = \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

Το Β αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_2=72\text{km/h}=20\text{m/s}$ εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, για την οποία ισχύει:

$$x_2 = v_2 \cdot t \quad (3)$$

Οπότε με αντικατάσταση στην (1) $v_1=20\text{m/s}$ παίρνουμε:

$$v_1 = at \rightarrow t_1 = \frac{v_1}{a} = \frac{20}{2} \text{s} = 10\text{s}$$

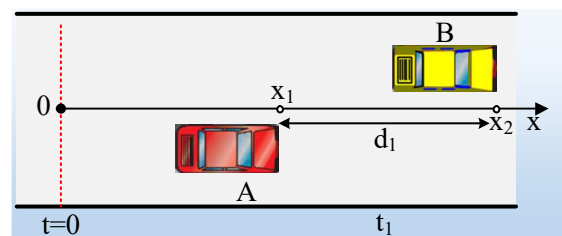
Την στιγμή αυτή, οι θέσεις των δύο οχημάτων είναι:

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 \text{m} = 100\text{m} \quad \text{και}$$

$$x_2 = v_2 t = 20 \cdot 10\text{m} = 200\text{m}$$

Οπότε η μεταξύ τους απόσταση είναι:

$$d_1 = x_2 - x_1 = 200\text{m} - 100\text{m} = 100\text{m}$$



- Μέχρι τη στιγμή t_1 το Β όχημα είχε μεγαλύτερη ταχύτητα από το Α και η απόσταση μεταξύ των δύο

αυτοκινήτων αυξανόταν, αφού διαρκώς απομακρυνόταν το Β, του Α. Από τη στιγμή αυτή και μετά, το Α αυτοκίνητο που επιταχύνεται θα έχει μεγαλύτερη ταχύτητα, από το Β, με αποτέλεσμα να το πλησιάζει, μέχρι κάποια στιγμή t_2 , να το φτάσει. Συνεπώς τη στιγμή t_1 έχουμε την μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των δύο αυτοκινήτων.

iii) Τη χρονική στιγμή t_2 το Α αυτοκίνητο έχει ταχύτητα $v_{A,2}=108\text{km/h}=30\text{m/s}$, με την οποία θα συνεχίσει να κινείται:

α) Από την εξίσωση (1) παίρνουμε:

$$v_{A,2} = at_2 \rightarrow t_2 = \frac{v_{A,2}}{a} = \frac{30\text{m/s}}{2\text{m/s}^2} = 15\text{s}$$

β) Τη στιγμή t_2 τα αυτοκίνητα βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_{A,2} = \frac{1}{2}at_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 15^2\text{m} = 225\text{m} \quad \text{και}$$

$$x_{B,2} = v_2 t_2 = 20 \cdot 15\text{m} = 300\text{m}$$

Συνεπώς η απόσταση μεταξύ του είναι:

$$d_2 = x_{B,2} - x_{A,2} = 300\text{m} - 225\text{m} = 75\text{m}$$

Αξίζει να δούμε ότι επιβεβαιώνεται η απάντηση του ii) ερωτήματος αφού $d_2 < d_1$.

γ) Έστω ότι το Α αυτοκίνητο φτάνει το Β τη χρονική στιγμή t_3 , όπου $t_3 - t_2 = \Delta t$, τότε τα δύο αυτοκίνητα βρίσκονται στη θέση x_3 , όπου:

$$\text{Για το Α: } x_3 = x_{A,2} + v_{A,2} \cdot \Delta t = 225 + 30 \cdot \Delta t \quad (S.I.) \quad (4)$$

$$\text{Για το Β: } x_3 = x_{B,2} + v_2 \cdot \Delta t = 300 + 20 \cdot \Delta t \quad (S.I.) \quad (5)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις, τα πρώτα μέλη ίσα, οπότε παίρνουμε:

$$225 + 30 \cdot \Delta t = 300 + 20 \cdot \Delta t \rightarrow$$

$$10 \cdot \Delta t = 75 \rightarrow \Delta t = 7,5\text{s} \rightarrow$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t = 15\text{s} + 7,5\text{s} = 22,5\text{s}$$

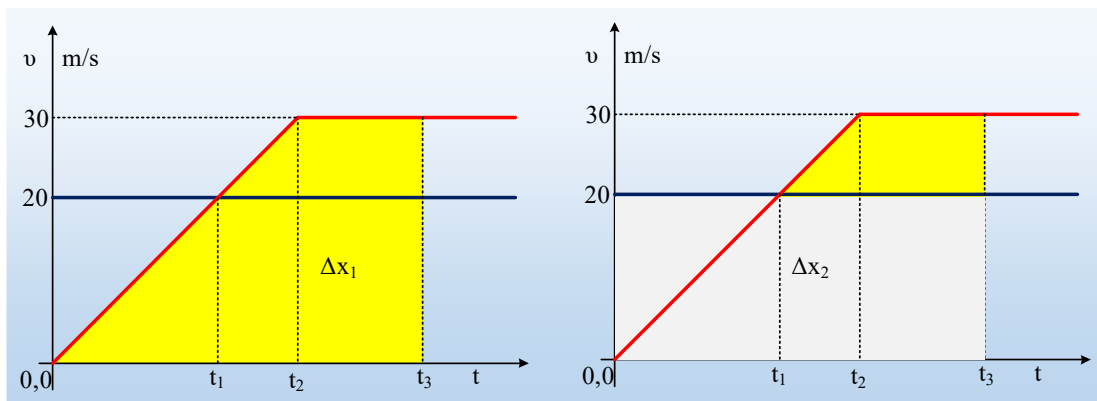
Ενώ με αντικατάσταση στην (4) (ή αν προτιμάτε στην (5)...) βρίσκουμε τη θέση που το Α όχημα θα φτάσει το Β:

$$x_3 = 225 + 30 \cdot \Delta t = 225\text{m} + 30 \cdot 7,5\text{m} = 450\text{m}$$

Σχόλιο:

Αν κάνουμε ένα πρόχειρο διάγραμμα ταχύτητας χρόνου, κοινό και για τα δύο αυτοκίνητα, θα πάρουμε το παρακάτω σχήμα. Έτσι θα μπορούσαμε εναλλακτικά να απαντήσουμε τα παραπάνω ερωτήματα, με την βοήθεια του διαγράμματος $v-t$, λαμβάνοντας υπόψη ότι το εμβαδόν κάθε χωρίου, είναι αριθμητικά ίσο με την αντίστοιχη μετατόπιση του κινητού.

Για παράδειγμα, στο τελευταίο ερώτημα:



Τα δυο οχήματα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο, όταν βρίσκονται στην ίδια θέση ξανά, οπότε έχουν ίσες μετατοπίσεις. Αλλά τότε το εμβαδόν του κίτρινου τραπεζιού, θα είναι ίσο με το εμβαδόν του γκρι ορθογωνίου, που μετράει την μετατόπιση Δx_2 του Β αυτοκινήτου. Αλλά τότε:

$$\begin{aligned} \Delta x_1 &= \Delta x_2 \rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow \\ \frac{(t_3 - t_2) + t_3}{2} \cdot v_{A,2} &= v_2 \cdot t_3 \rightarrow \\ \frac{(t_3 - 15) + t_3}{2} \cdot 30 &= 20 \cdot t_3 \rightarrow \dots t_3 = 22,5s \end{aligned}$$

dmargaris@gmail.com