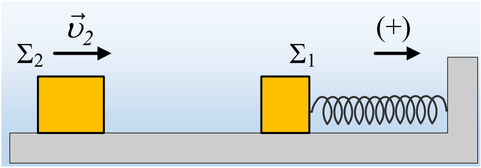
Μια ελαστική κρούση και δύο αατ



Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k=100N/m και ταλαντώνεται με εξίσωση x=0,5·ημ(10t+π/2) (μονάδες στο S.I.), με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας m_2=1,5kg κινείται με ταχύτητα υ_2 κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου, πλησιάζοντας το σώμα Σ_1. Αν τη χρονική στιγμή t_0=0 τα δυο σώματα απέχουν απόσταση d_1=(π/8+0,5)m, ενώ τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά τη χρονική στιγμή t_1=π/20 s.

i) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος Σ_1 και η θέση της κρούσης, μεταξύ των δύο σωμάτων.

ii) Να βρεθούν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση.

iii) Ποια η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 που οφείλεται στην κρούση;

iv) Αφού βρείτε τη συνάρτηση x=f(t) για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 μετά την κρούση, αν αυτή έχει αμελητέα διάρκεια, να γίνει η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Σ_1 σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή t_0=0, μέχρι τη στιγμή t_2= π/4 s.

Απάντηση:

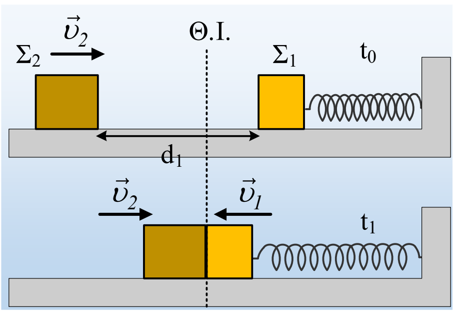
i) Για την σταθερά επαναφοράς ισχύει:

$$D = m_1\omega^2 \to m_1 = \frac{k}{\omega^2} = \frac{100}{10^2}kg = 1kg$$

Ενώ με αντικατάσταση στην εξίσωση της απομάκρυνσης, βρίσκουμε ότι η κρούση θα συμβεί στη θέση:

$$x = 0,5 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = 0,5 \cdot \eta\mu\left(10 \cdot \frac{\pi}{20} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,5 \cdot \eta\mu(\pi) = 0$$

Δηλαδή στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, έχοντας μετατοπισθεί κατά Α=0,5m.



ii) Αφού η κρούση θα συμβεί στην θέση ισορροπίας του σώματος Α, αυτό θα έχει ταχύτητα με κατεύθυνση προς τα αριστερά μέτρου:

$$\upsilon_1 = \omega \cdot A = 10 \cdot 0,5m/s = 5m/s$$

Το σώμα Σ_2 μέχρι τη στιγμή t_1 θα έχει διανύσει απόσταση:

$$s_2 = d_1 - A = \left(\frac{\pi}{8} + 0,5\right)m - 0,5m = {}^{\pi}\!/_{8}\,m$$

Συνεπώς το Σ_2 κινήθηκε με ταχύτητα:

$$\upsilon_2 = \frac{s_2}{t_1} = \frac{{}^{\pi}\!/_{8}\,m}{{}^{\pi}\!/_{20}\,s} = 2,5m/s$$

iii) Η ταχύτητα του Σ_1 μετά την κεντρική ελαστική κρούση του με το σώμα Σ_2, είναι ίση:

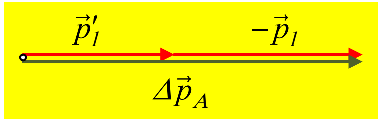
$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 \rightarrow$$

$$\upsilon_1' = \frac{1-1,5}{1+1,5}(-5)m/s + \frac{2\cdot 1,5}{1+1,5}2,5m/s = 4m/s$$

Αλλά τότε η μεταβολή της ορμής του Α σώματος που οφείλεται στην κρούση είναι:

$$\Delta\vec{p}_A = \vec{p}_1' - \vec{p}_1 \rightarrow \Delta p_A = m_1\upsilon_1' - m_1\upsilon_1 \rightarrow$$

$$\Delta p_A = 1\cdot 4kgm/s - 1\cdot(-5)kgm/s = 9kgm/s$$



iv) Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ξεκινά μια νέα ταλάντωση, από την θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, με την ίδια γωνιακή συχνότητα ω=10rad/s και με πλάτος:

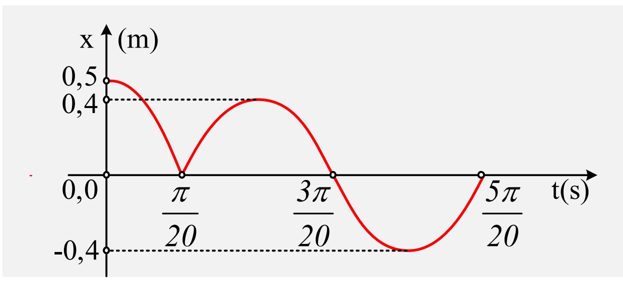
$$\upsilon_1' = \omega A_1 \rightarrow A_1 = \frac{\upsilon_1'}{\omega} = \frac{4}{10}m = 0,4m$$

Έτσι η εξίσωση της απομάκρυνσης θα έχει την μορφή:

$$x = A_1\cdot\eta\mu\left(\omega\Delta t\right) = A_1\cdot\eta\mu\left(10(t-t_1)\right) = 0,4\cdot\eta\mu\left[10\left(t-\frac{\pi}{20}\right)\right] \rightarrow$$

$$x = 0,4\cdot\eta\mu\left(10t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (S.I.) \quad t \geq \frac{\pi}{20}s$$

Οπότε λαμβάνοντας υπόψη και την αρχική ταλάντωση, χαράσσουμε την ζητούμενη γραφική παράσταση, παίρνοντας το παρακάτω γράφημα.



dmargaris@gmail.com