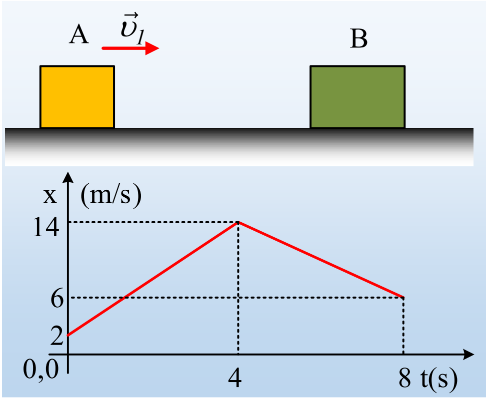
Μια πλαστική κρούση από ένα διάγραμμα

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινείται κατά μήκος ευθείας (ε) ένα σώμα Α μάζας m_1=1kg και τη στιγμή t_1=4s συγκρούεται πλαστικά με ένα δεύτερο σώμα Β, μάζας m_2=2kg. Το συσσωμάτωμα συνεχίζει να κινείται στην ίδια ευθεία (ε) και στο σχήμα βλέπετε το διάγραμμα θέσης-χρόνου (x=f(t)) για την κίνηση του Α σώματος (του συσσωματώματος μετά την κρούση…), αφού πήραμε κάποιο σημείο Ο ως αρχή του άξονα x και την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.



i) Να υπολογίσετε την ορμή του σώματος Α πριν και μετά την κρούση.

ii) Να βρεθεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος Α που οφείλεται στην κρούση.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος Β πριν την κρούση, καθώς και η θέση του τη στιγμή t_0=0.

iv) Να βρεθεί η απώλεια της κινητικής ενέργειας που οφείλεται στην πλαστική κρούση.

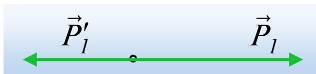
Απάντηση:

i) Υπολογίζουμε από το διάγραμμα τις ταχύτητες του Α σώματος πριν και μετά την κρούση:

$$\upsilon_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{14m - 2m}{4s - 0s} = 3m/s \;\; και$$

$$\upsilon_\kappa = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{6m - 14m}{8s - 4s} = -2m/s$$

Όπου προφανώς υ_κ είναι η κοινή πλέον ταχύτητα των δύο σωμάτων.



Με βάση τις τιμές αυτές, η ορμή πριν την κρούση P_1 έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρο:

$$P_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 = 1 \cdot 3 \; kg \cdot m/s = 3 \; kg \cdot m/s$$

Ενώ η ορμή P_1' μετά την κρούση του Α σώματος, έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά και μέτρο:

$$P_1' = m_1 \cdot \upsilon_1' = 1 \cdot (-2) \; kg \cdot m/s = -2 \; kg \cdot m/s$$

ii) Για την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του Α σώματος έχουμε:

$$\Delta K_1 = K_1' - K_1 = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 \rightarrow$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} 1 \cdot 2^2 J - \frac{1}{2} 1 \cdot 3^2 J = -2,5J$$

iii) Εφαρμόζουμε για την κρούση την αρχή διατήρησης της ορμής:

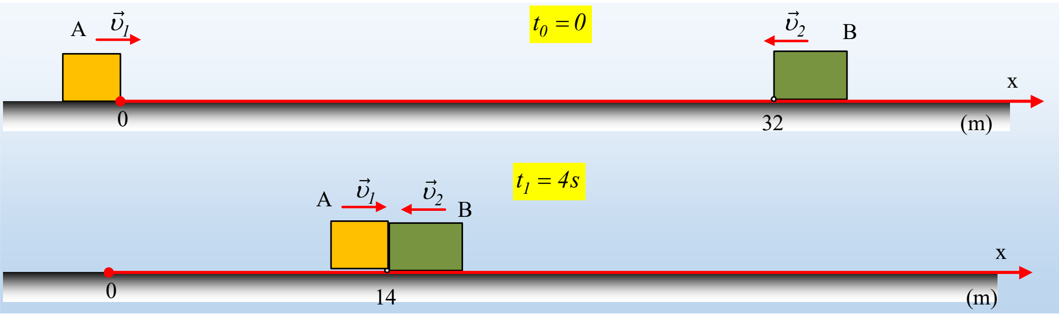
$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά} \rightarrow$$

$$m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \upsilon_\kappa \xrightarrow{αντικατάσταση}$$

$$1\cdot 3+2\cdot \upsilon_2=(1+2)\cdot(-2)\rightarrow$$
$$\upsilon_2=-4,5m/s$$

Έστω x_{02} η θέση του Β σώματος την στιγμή t_0 και x_1=14m η θέση του τη στιγμή t_1=4s, όπου γίνεται η κρούση. Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε από την εξίσωση κίνησης έχουμε:

$$\Delta x_2=\upsilon_2\cdot\Delta t\rightarrow x_1-x_0=\upsilon_2\cdot(t_1-t_0)\rightarrow$$
$$x_0=x_1-\upsilon_2\cdot(t_1-t_0)\rightarrow$$
$$x_0=14m-(-4,5)\cdot(4-0)m=32m$$



iv) Για την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την πλαστική κρούση, έχουμε:

$$\Delta K=K_{πριν}-K_{μετά}=\left(\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2\right)-\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_κ^2\rightarrow$$
$$\Delta K=\frac{1}{2}1\cdot 2^2J+\frac{1}{2}2\cdot 4,5^2J-\frac{1}{2}3\cdot 2^2=18,75J$$

Σχόλια:

- Η ταχύτητα που μπαίνει τον τύπο της κινητικής ενέργειας, είναι το μέτρο της ταχύτητας. Έτσι στην αντικατάσταση δεν γράφουμε $\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2=\frac{1}{2}1\cdot(-2)^2J$ αλλά $\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2=\frac{1}{2}1\cdot 2^2J$ (και ας προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα…).
- Στο τελευταίο ερώτημα να προσέξουμε ότι δεν μας ζητήθηκε η μεταβολή της κινητικής ενέργειας, αλλά η απώλεια, με αποτέλεσμα να γράψουμε $\Delta K=K_{πριν}-K_{μετά}$ σε αντίθεση με το ερώτημα ii) που θέλαμε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του Α σώματος.

dmargaris@gmail.com