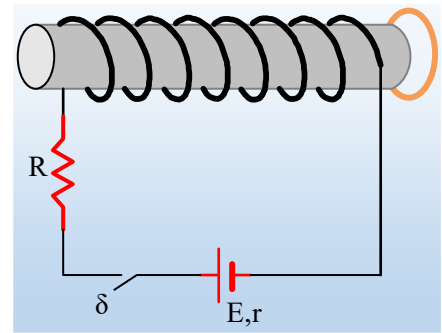


Μια άσκηση από το παρελθόν, για το μέλλον

Δίνεται το κύκλωμα του διπλανού σχήματος, όπου το πηνίο θεωρείται ιδανικό με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,2\text{H}$, ο αντιστάτης έχει $R=3\Omega$, ενώ η πηγή έχει ΗΕΔ $E=10\text{V}$ και εσωτερική αντίσταση $r=1\Omega$. Ο άξονας του πηνίου είναι κάθετος στο επίπεδο ενός κυκλικού αγωγού εμβαδού $A=10\text{cm}^2$, ο οποίος βρίσκεται κοντά στο δεξιό άκρο του πηνίου. Δίνεται ότι το πηνίο δημιουργεί σταθερή ένταση μαγνητικού πεδίου, σε όλα τα σημεία της επιφάνειας του κυκλικού αγωγού, με μέτρο $B=0,5\text{i}$, όπου i η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο. Σε μια στιγμή $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη, οπότε μετά από λίγο, τη στιγμή t_1 , ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_1=0,5\text{A}$. Για τη στιγμή αυτή να βρεθούν:

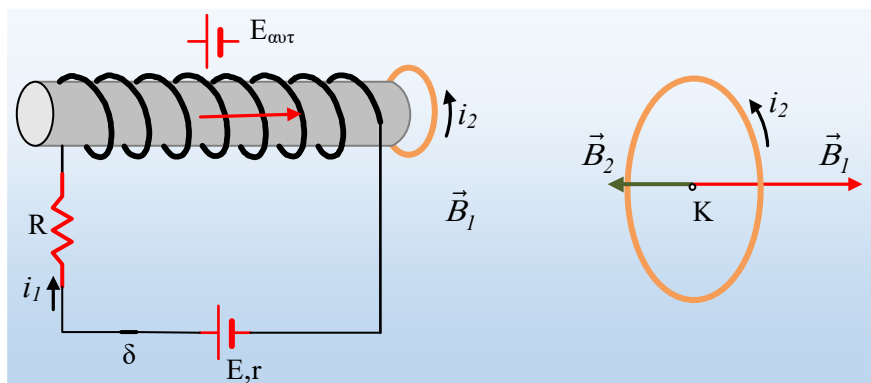


- Η ΗΕΔ από αυτεπαγωγή που αναπτύσσεται στο πηνίο.
 - Ο ρυθμός μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
 - Η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της.
 - Αν ο κυκλικός αγωγός έχει αντίσταση $r_2=0,1\Omega$, να βρεθεί η ένταση i_2 του ρεύματος που τον διαρρέει καθώς και να προσδιοριστεί η φορά της.
 - Με ποιο ρυθμό μεταφέρεται ενέργεια από το πηνίο στον κυκλικό αγωγό, μέσω του μαγνητικού πεδίου;
- Δίνεται ότι το μαγνητικό πεδίο του κυκλικού αγωγού, έχει αμελητέα επίδραση στο πηνίο.

Απάντηση:

Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα, οπότε στο πηνίο δημιουργείται μαγνητικό πεδίο, αλλά τότε έχουμε μεταβολή της μαγνητικής ροής που διέρχεται από κάθε σπείρα του με αποτέλεσμα να εμφανίζεται μια ΗΕΔ από επαγωγή στο πηνίο. Επειδή αυτή οφείλεται στην μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το ίδιο πηνίο, μιλάμε για ΗΕΔ από **αυτεπαγωγή**.

Σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz η ΗΕΔ αυτή αντιστέκεται στην αύξηση του ρεύματος (στην περίπτωσή μας...) άρα έχει αντίθετη πολικότητα από την πηγή, όπως στο σχήμα.



- Εφαρμόζοντας τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα, τη στιγμή t_1 παίρνουμε:

$$E - i_1 r - i_1 R + E_{\alpha\upsilon\tau} = 0 \rightarrow E_{\alpha\upsilon\tau} = -E + i_1(R + r) = -10\text{V} + 0,5(3 + 1)\text{V} = -8\text{V}$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο μας επισημαίνει απλώς την αντίθετη πολικότητα από την πηγή Ε.

ii) Από τον νόμο της αυτεπαγωγής έχουμε:

$$E_{avt} = -L \frac{di}{dt} \rightarrow$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{E_{avt}}{L} = -\frac{-8V}{0,2H} = +40 A / s.$$

iii) Τη χρονική στιγμή t_1 έχει αποθηκευτεί ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου ίση με:

$$U_1 = \frac{1}{2} L i_1^2 = \frac{1}{2} 0,2 \cdot 0,5^2 J = 0,025 J$$

Ενώ η ενέργεια αυτή αυξάνεται με ρυθμό:

$$\frac{dU}{dt} = P_\mu = |E_{avt}| \cdot i_1 = 8V \cdot 0,5 A = 4 J / s$$

Αφού η ισχύς της αυτεπαγωγής (το πηνίο λειτουργεί σαν πηγή...) είναι ίση:

$$P_{avt} = E_{avt} \cdot i_1 = -8 \cdot 0,5 W = -4 W$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο μας λέει ότι η πηγή αυτή δεν παρέχει ενέργεια στο κύκλωμα, αλλά αφαιρεί ενέργεια (την οποία μετατρέπει σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου...)

iv) Αφού μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο, μεταβάλλεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου στην περιοχή που έχουμε τον κυκλικό αγωγό, άρα μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που περνά από την επιφάνειά του, με αποτέλεσμα να εμφανιστεί πάνω του μια ΗΕΔ από επαγωγή ίση με (θεωρούμε την κάθετη στο πλαίσιο ίδιας κατεύθυνσης με την ένταση του μαγνητικού πεδίου, προς τα δεξιά):

$$E_2 = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dB}{dt} A = -\frac{d(0,4i)}{dt} A = -0,5 A \cdot \frac{di}{dt} \rightarrow$$

$$E_2 = -0,5 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 40 V = -0,02 V$$

Οπότε ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα με ένταση:

$$i_2 = \frac{E_2}{r_2} = \frac{-0,02 V}{0,1 \Omega} = -0,2 A$$

Το αρνητικό πρόσημο μας δείχνει την φορά του ρεύματος, αλλά ας το δούμε πιο παραδοσιακά!

Το επαγωγικό ρεύμα i_2 έχει τέτοια φορά που να αντιτίθεται στην αύξηση της έντασης του μαγνητικού πεδίου B_1 του πηνίου, δημιουργώντας ένα νέο μαγνητικό πεδίο στο κέντρο Ο του κυκλικού αγωγού έντασης B_2 με φορά προς τα αριστερά, όπως στο παραπάνω σχήμα. Αλλά τότε με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε και την φορά του ρεύματος, όπως έχει σημειωθεί.

v) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια μέσω του μαγνητικού πεδίου, από το πηνίο στον κυκλικό αγωγό, είναι ίσος με τον ρυθμό με τον οποίο εμφανίζεται ηλεκτρική ενέργεια στον κυκλικό αγωγό ή με άλλα λόγια με την ισχύ της ΗΕΔ από επαγωγή:

$$P_{επ} = E_2 \cdot i_2 = (-0,02 V) \cdot (-0,2 A) = 0,004 W$$

Σχόλιο * :

Θα μπορούσαμε να δώσουμε γεωμετρικά στοιχεία για το σωληνοειδές πηνίο και να υπολογιστεί η ένταση στο άκρο του. Για να μην «χαθούμε» σε πράξεις και να μείνουμε στα φαινόμενα, επιλέχτηκε να δοθεί η εξίσωση της έντασης του πεδίου στην περιοχή του κυκλικού αγωγού $B=0,5i\dots$

dmargaris@gmail.com