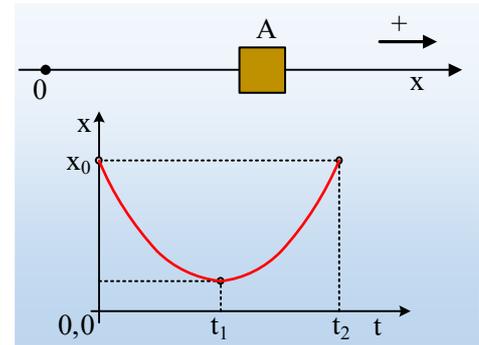


### Μελέτη κίνησης από ένα διάγραμμα θέσης

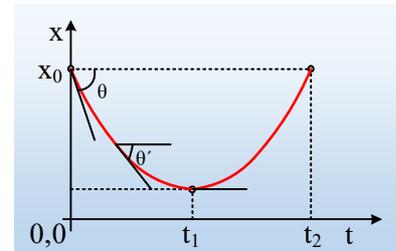
Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα  $x$  και τη στιγμή  $t=0$  βρίσκεται στη θέση  $A$ . Στο διπλανό σχήμα δίνεται το διάγραμμα της θέσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



- i) Χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες, δίνοντας και σύντομες εξηγήσεις:
- Το σώμα τη στιγμή  $t_0=0$  κινείται προς τα αριστερά.
  - Η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική.
  - Η ταχύτητα τη στιγμή  $t_1$  είναι μηδενική.
  - Το σώμα κινείται με επιτάχυνση με κατεύθυνση προς τα δεξιά.
- ii) Αν η επιτάχυνση του σώματος παραμένει σταθερή, στη διάρκεια της κίνησης, ενώ δίνονται η αρχική του θέση  $x_0=20\text{m}$ , το μέτρο της αρχικής ταχύτητας  $|v_0|=8\text{m/s}$  και  $t_1=4\text{s}$ , να υπολογιστούν:
- Η επιτάχυνση του σώματος.
  - Η θέση  $x_1$  του σώματος τη στιγμή  $t_1$ .
  - Ποια χρονική στιγμή  $t_2$  το σώμα ξαναφτάνει στην αρχική του θέση  $x_0$ ;
  - Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος, τη στιγμή που περνά από την θέση  $x=8\text{m}$ , για δεύτερη φορά.

#### Απάντηση:

- i) Η κλίση σε ένα διάγραμμα θέσης  $x-t$ , μας δίνει την ταχύτητα του σώματος, αφού  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$ . Στο σχήμα έχουμε χαράξει εφαπτόμενες στην καμπύλη τη στιγμή  $t_0=0$  και μια επόμενη χρονική στιγμή παίρνοντας τις γωνίες  $\theta$  και  $\theta'$ .



- Τη στιγμή  $t_0=0$  η γωνία  $\theta$ , είναι αρνητική, άρα έχουμε αρνητική κλίση, συνεπώς και αρνητική ταχύτητα. Το σώμα έχει ταχύτητα  $v_0 < 0$  με φορά προς τα αριστερά. (Σ)
- Με βάση το προηγούμενο, η πρόταση είναι λανθασμένη (Λ).
- Η πρόταση είναι σωστή. Αν πάρουμε την εφαπτομένη στην καμπύλη τη στιγμή  $t_1$  αυτή σχηματίζει μηδενική γωνία με την οριζόντια διεύθυνση, άρα η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική.
- Με βάση το παραπάνω σχήμα  $|\theta| > |\theta'|$  συνεπώς το σώμα καθώς κινείται προς τα αριστερά, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, πράγμα που σημαίνει ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη και η επιτάχυνση έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα. Αλλά αφού  $v < 0$  θα έχουμε  $a > 0$ .

Η πρόταση είναι σωστή.

#### Εναλλακτικά:

Το σώμα ξεκινά από κάποια θέση  $x_0$  και με βάση το διάγραμμα το  $x$  μειώνεται, πράγμα που σημαίνει ότι το σώμα κινείται προς τα αριστερά με  $v < 0$ , η οποία όμως μειώνεται για να μηδενιστεί τη στιγμή  $t_1$ , ενώ στη συνέχεια επιταχύνεται προς τα δεξιά, επιστρέφοντας στην αρχική του θέση τη στιγμή  $t_2$ . Αν «διαβάσουμε» έτσι το διάγραμμα οι απαντήσεις στις παραπάνω ερωτήσεις είναι προφανείς ...

- ii) Αφού η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή, η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη** (επιβραδυνόμενη από  $0-t_1$  και επιταχυνόμενη στη συνέχεια). Για την κίνηση αυτή ισχύουν οι εξισώσεις:

$$v = v_0 + at \quad (1) \quad \text{και} \quad \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (2)$$

- α) Με αντικατάσταση στην (1)  $t=t_1$ , οπότε  $v=0$ , ενώ  $v_0=-8$  m/s, παίρνουμε (μονάδες στο S.I.):

$$v = v_0 + at \rightarrow 0 = -8 + a \cdot 4 \rightarrow 4a = 8 \rightarrow \\ a = 2 \text{ m/s}^2.$$

- β) Με αντίστοιχη αντικατάσταση στην εξίσωση (2) θα έχουμε (S.I.):

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow x_1 - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow \\ x_1 - 20 = -8 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2 \rightarrow \\ x_1 = 4 \text{ m}$$

- γ) Ξανά από την (2) για  $x_2=x_0=20$  m θα έχουμε:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow x_2 - x_0 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} at_2^2 \rightarrow \\ 20 - 20 = -8 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_2^2 \rightarrow \\ t_2(t_2 - 8) = 0 \rightarrow \\ t_2 = 0 \quad \text{αρχική θέση ή } t_2 = 8 \text{ s}$$

Άρα το σώμα επιστρέφει στη θέση Α τη χρονική στιγμή  $t_2=2t_1=8$  s.

- δ) Αντικαθιστώντας στην (2)  $x=8$  m, θα πάρουμε την εξίσωση:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow \\ 8 - 20 = -8 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 \rightarrow \\ t^2 - 8t + 12 = 0 \rightarrow \\ t = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 12}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{8 \pm 4}{2} \rightarrow \\ t_3 = 2 \text{ s} \quad \text{και} \quad t_4 = 6 \text{ s}$$

Άρα το σώμα περνά από την θέση  $x=8$  m για πρώτη φορά τη στιγμή  $t_3$  (κινούμενο προς τα αριστερά) και τη στιγμή  $t_4=6$  s για δεύτερη φορά, κινούμενο προς τα δεξιά με ταχύτητα:

$$v = v_0 + at \rightarrow v_4 = v_0 + at_4 \rightarrow$$

$$v_4 = -8m/s + 2 \cdot 6m/s = 4m/s$$

[dmargaris@gmail.com](mailto:dmargaris@gmail.com)