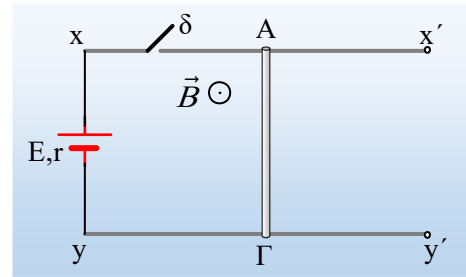
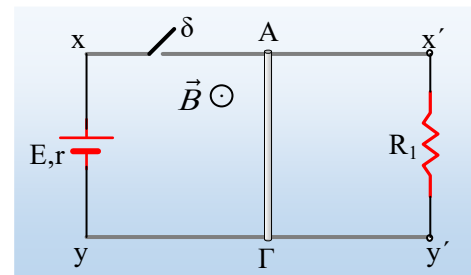


Η ισορροπία και η επιτάχυνση μιας ράβδου

Η ομογενής πρισματική μεταλλική ράβδος ΑΓ μήκους $l=1\text{m}$, μάζας $m=0,2\text{kg}$ και αντίστασης $R=4\Omega$, ηρεμεί σε επαφή με δύο οριζόντιους παράλληλους μεταλλικούς αγωγούς, με τους οποίους εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$. Οι παράλληλοι αγωγοί δεν έχουν αντίσταση, ενώ στα άκρα τους x, y συνδέεται πηγή με ηλεκτρεγερτική δύναμη $E=12\text{V}$ και εσωτερική αντίσταση $r=1\Omega$. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε ένα κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B=0,5\text{T}$, όπως φαίνεται στο σχήμα (σε κάτοψη). Σε μια στιγμή κλείνουμε τον διακόπτη δ .

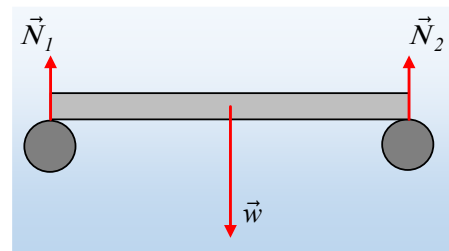


- i) Να αποδείξετε ότι η ράβδος ΑΓ θα κινηθεί και να βρείτε την αρχική επιτάχυνση που θα αποκτήσει.
- ii) Συνδέουμε πρώτα στα άκρα x' και y' των αγωγών έναν αντιστάτη, με αντίσταση $R_1=4/3\Omega$ και στη συνέχεια κλείνουμε το διακόπτη. Να εξετάσετε αν η ράβδος ΑΓ, θα επιταχυνθεί ή όχι.
- iii) Ποια η μέγιστη τιμή της αντίστασης του αντιστάτη, αν θέλουμε ο αγωγός ΑΓ να παραμείνει ακίνητος;



Απάντηση:

Η ράβδος ΑΓ στηρίζεται στα δυο άκρα της, από όπου δέχεται δύο αντιδράσεις N_1 και N_2 , όπου $N_1+N_2=w$. Αλλά τότε για την συνολική δύναμη τριβής ολίσθησης που μπορεί να ασκηθεί πάνω της θα έχουμε:



$$T_{ολ} = T_1 + T_2 = \mu \cdot N_1 + \mu N_2 = \mu(N_1 + N_2) = \mu w = \mu mg$$

Ίδια δηλαδή με την τριβή που θα είχαμε αν στηριζόταν σε ένα σημείο.

- i) Μόλις κλείσουμε το διακόπτη, το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_o = \frac{E}{R+r} = \frac{12\text{V}}{4\Omega + 1\Omega} = 2,4\text{A}$$

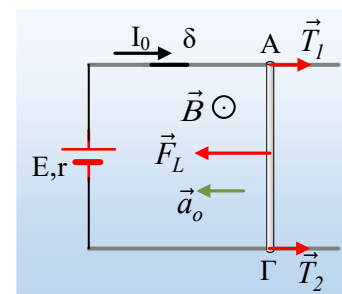
Με φορά όπως στο σχήμα. Αλλά τότε στον αγωγό ΑΓ θα ασκηθεί δύναμη Laplace, η οποία με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, προκύπτει να έχει φορά προς τα αριστερά και μέτρο:

$$F_L = BI_o \cdot l = 0,5 \cdot 2,4 \cdot 1\text{N} = 1,2\text{N}$$

Όμως η μέγιστη δύναμη τριβής, η οριακή τριβή (ίση με την τριβή ολίσθησης) η οποία μπορεί να εξασκηθεί στην ράβδο έχει μέτρο:

$$T_{op} = T = T_1 + T_2 = \mu mg = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 10\text{N} = 1\text{N}$$

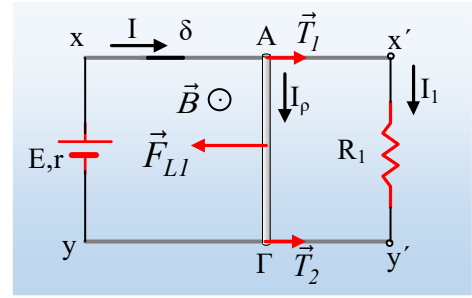
Αλλά τότε η ράβδος θα επιταχυνθεί προς τα αριστερά με επιτάχυνση μέτρου:



$$\Sigma F = ma_o \rightarrow a_o = \frac{F - T}{m} = \frac{1,2N - 1N}{0,2kg} = 1m / s^2.$$

ii) Με την σύνδεση του αντιστάτη και κλείνοντας το διακόπτη, παίρνουμε το κύκλωμα, οπότε για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή θα έχουμε από τον νόμο το Ohm για κλειστό κύκλωμα:

$$I = \frac{E}{R_{εξ} + r} \quad (2)$$



Όπου για την εξωτερική αντίσταση θα έχουμε:

$$R_{εξ} = \frac{RR_1}{R + R_1} = \frac{4 \cdot \frac{4}{3}}{4 + \frac{4}{3}} \Omega = 1\Omega$$

Και με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$I = \frac{E}{R_{εξ} + r} = \frac{12V}{1\Omega + 1\Omega} = 6A$$

Αλλά τότε η πολική τάση της πηγής είναι ίση με:

$$V_{\pi} = E - I \cdot r = 12V - 6A \cdot 1\Omega = 6V$$

Και η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα έντασης:

$$I_{\rho} = \frac{V_{\pi}}{R} = \frac{6V}{4\Omega} = 1,5A$$

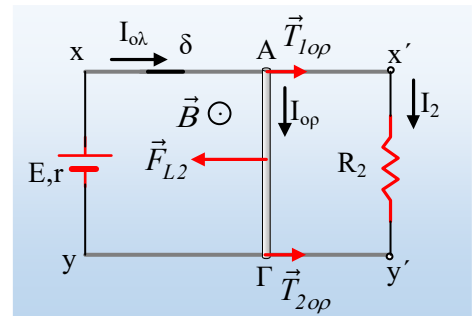
Με βάση την τιμή αυτή, η ασκούμενη δύναμη έχει μέτρο:

$$F_{L1} = B \cdot I_{\rho} \cdot l = 0,5T \cdot 1,5A \cdot 1m = 0,75N$$

Παρατηρούμε ότι η δύναμη που τείνει να επιταχύνει τον αγωγό, έχει μικρότερο μέτρο από την οριακή τριβή και ο αγωγός ισορροπεί, δεχόμενος και δύναμη στατικής τριβής μέτρου $f_s = 0,75N$.

iii) Αν αυξήσουμε το μέγεθος της αντίστασης του αντιστάτη, έστω στην τιμή R_2 , τότε θα μειωθεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, θα αυξηθεί η πολική της τάση και η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον ΑΓ. Αλλά αυτό θα προκαλέσει αύξηση του μέτρου της δύναμης Laplace και ο αγωγός θα τείνει να κινηθεί. Για την κατάσταση όπου οριακά ο αγωγός τείνει να κινηθεί θα έχουμε:

$$\begin{aligned} F_{L2} = T_{op} &\rightarrow BI_{op}l = T_{op} \rightarrow \\ I_{op} = \frac{T_{op}}{Bl} = \frac{l}{0,5 \cdot l} A &= 2A \quad \text{και} \\ V_{\pi ol} = I_{op} \cdot R &= 2 \cdot 4V = 8V \rightarrow \\ V_{\pi ol} = E - I_{ol} \cdot r &\rightarrow \end{aligned}$$



$$I_{ολ} = \frac{E - V_{πολ}}{r} = \frac{12V - 8V}{1\Omega} = 4A$$

Αλλά τότε από τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff βρίσκουμε:

$$I_2 = I_{ολ} - I_{op} = 4A - 2A = 2A.$$

Τότε:

$$R_2 = \frac{V_{πολ}}{I_2} = \frac{8V}{2A} = 4\Omega$$

Για κάθε τιμή της αντίστασης, μικρότερη από τα 4Ω , ο αγωγός ισορροπεί, ενώ για τιμές πάνω από τα 4Ω , θα έχουμε μεγαλύτερη δύναμη Laplace στην ράβδο και επιτάχυνσή της προς τα αριστερά. Η μεγαλύτερη επιτάχυνση της ράβδου θα είναι προφανώς, όταν $R_1 \rightarrow \infty$, η επιτάχυνση του i) ερωτήματος 1m/s^2 .

dmargaris@gmail.com