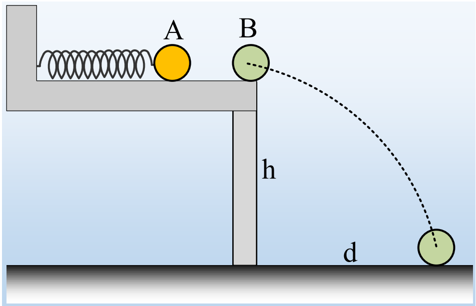
Μια οριζόντια βολή και δύο ααατ



Σε ένα οριζόντιο λείο υπερυψωμένο σκαλοπάτι ηρεμούν δύο σφαίρες Α και Β, της ίδιας ακτίνας, σε ύψος h=0,8m από το έδαφος, η πρώτη δεμένη στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Απομακρύνουμε την σφαίρα Α, από την θέση ισορροπίας της, συμπιέζοντας το ελατήριο και τη στιγμή $t_0=0$ την αφήνουμε να κινηθεί και να εκτελέσει ααατ, με εξίσωση απομάκρυνσης:

$$x=0,5\cdot ημ(10t+3π/2).$$

Την χρονική στιγμή $t_1=π/12s$ η σφαίρα Α συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την σφαίρα Β, η οποία πέφτει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση d=h.

i) Να βρεθεί η αρχική απόσταση των δύο σφαιρών, καθώς και η ταχύτητα της Α σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα της Β σφαίρας, τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος;

iii) Να υπολογιστεί η σταθερά του ελατηρίου, αν δίνεται η μάζα της Β σφαίρας m_2=1,5kg.

iv) Αν E_1 η ενέργεια της ταλάντωσης της Α σφαίρας πριν την κρούση και E_2 μετά από την κρούση, να βρεθεί ο λόγος E_2/E_1.

Δίνεται g=10m/s^2.

Απάντηση:

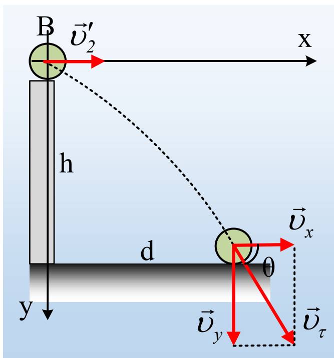
i) Η αρχική απόσταση ων δύο σφαιρών, είναι ίση με την απομάκρυνση της Α σφαίρας τη στιγμή t_1, δηλαδή:

$$x_1=0,5\cdot ημ\left(10t+\frac{3π}{2}\right)=0,5\cdot ημ\left(10\cdot\frac{π}{12}+\frac{3π}{2}\right)\rightarrow$$

$$x_1=0,5\cdot ημ\left(\frac{14π}{6}\right)=0,5\cdot ημ\left(2π+\frac{π}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}m$$

Ενώ έχει ταχύτητα:

$$υ_1=0,5ω\cdot συν\left(10t+\frac{3π}{2}\right)=5\cdot συν\left(2π+\frac{π}{3}\right)=2,5m/s$$



ii) Στο διπλανό σχήμα έχουμε πάρει δύο άξονες x και y, οριζόντιο και κατακόρυφο όπου θεωρώντας την κίνηση της σφαίρας Β, ως σύνθετη, θα ισχύουν οι εξισώσεις:

$$υ_x=υ_2' \quad (1) \text{ και } \quad x=υ_2'\cdot t \quad (2)$$

$$υ_y=gt \quad (3) \qquad y=\frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

Όπου $υ_2'$ η ταχύτητα της σφαίρας μετά την κρούση. Από την (4) για y=h παίρνουμε:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0,8}{10}}s=0,4s$$

Ενώ από την (2) βρίσκουμε:

$$x=d=\upsilon_2'\cdot t\rightarrow \upsilon_2'=\frac{d}{t}=\frac{0,8}{0,4}m/s=2m/s$$

Ενώ η (3) δίνει υ_y=gt=10·0,4m/s=4m/s. Με βάση αυτά για το μέτρο και την διεύθυνση της τελικής ταχύτητας υ_τ της Β σφαίρας, έχουμε:

$$\upsilon_\tau=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2}=\sqrt{2^2+4^2}m/s=2\sqrt{5}m/s$$

$$\varepsilon\varphi\theta=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

iii) Η ταχύτητα που απέκτησε η Β σφαίρα, λόγω κρούσης είναι υ_2'=2m/s. Αλλά για την κεντρική ελαστική κρούση ισχύουν οι εξισώσεις:

$$\upsilon_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1 \quad \kappa\alpha\iota \quad \upsilon_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1$$

Από την δεύτερη παίρνουμε:

$$2=\frac{2m_1}{m_1+1,5}2,5\ \ (S.I.)\ \rightarrow m_1=1kg$$

Αλλά τότε, με δεδομένο ότι η κίνηση του σώματος Α είναι ααt, έχουμε:

$$k=D=m_1\omega^2=1\cdot 10^2N/m=100N/m$$

iv) Η ενέργεια ταλάντωσης πριν την κρούση, είναι ίση:

$$E_1=\frac{1}{2}DA_1^2=\frac{1}{2}kA_1^2$$

Ενώ μετά την κρούση, ξεκινά μια νέα ταλάντωση με ενέργεια:

$$E_2=\frac{1}{2}DA_2^2=\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2$$

Όπου για την ταχύτητα της Α σφαίρας αμέσως μετά την κρούση, έχουμε:

$$\upsilon_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1=\frac{1-1,5}{1+1,5}2,5m/s=-0,5m/s$$

Οπότε για τον ζητούμενο λόγο έχουμε:

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{1}{2}kx_1^2+\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}kA_1^2}=\frac{100\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2+1\cdot 0,5^2}{100\cdot 0,5^2}=\frac{19}{25}$$

dmargaris@gmail.com