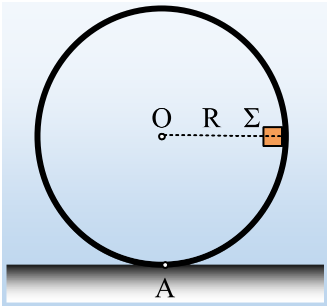
Δυο παραλλαγές. Η 1η …εύκολη.



Ένα σώμα Σ μάζας m (αμελητέων διαστάσεων) τοποθετείται στην εσωτερική λεία επιφάνεια, ενός κενού κυλίνδρου, μάζας M=2m και ακτίνας R=1,2m, όπως στο σχήμα, στο άκρο μιας οριζόντιας ακτίνας, με τον κύλινδρο ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή t=0 αφήνουμε ελεύθερα και το σώμα Σ και τον κύλινδρο να κινηθούν, οπότε τη στιγμή t_1 το Σ φτάνει στην κατώτερη θέση με ταχύτητα $υ_1$.

i) Να εξετασθεί η ορθότητα ή μη των παρακάτω προτάσεων.

α) Στο χρονικό διάστημα 0-t_1 η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

β) Στο χρονικό διάστημα 0-t_1 η στροφορμή του συστήματος, ως προς το σημείο επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο (σημείο Α), παραμένει σταθερή.

γ) Ο κύλινδρος θα περιστραφεί κατά την φορά των δεικτών του ρολογιού.

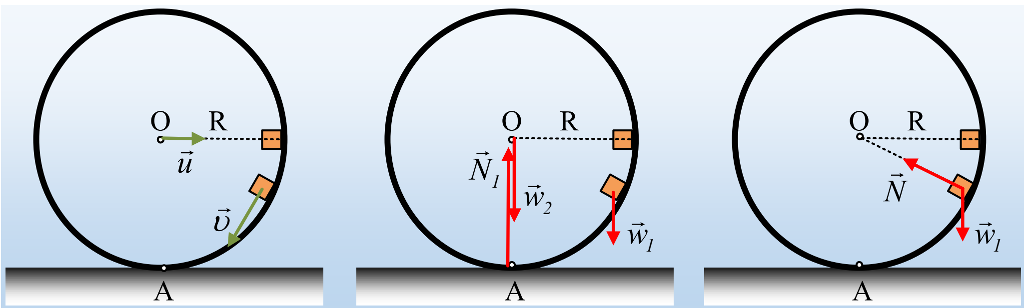
ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητα $υ_1$ του σώματος Σ, στην κατώτερη θέση της τροχιάς του.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η μάζα του κυλίνδρου θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του.

Απάντηση:

i) α) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Αρκεί να σχεδιάσουμε κάποια τυχαία στιγμή τις ταχύτητες των δύο σωμάτων, όπως στο πρώτο σχήμα.

Εύκολα διαπιστώνουμε ότι έχουμε κάποια κατακόρυφη ορμή του σώματος Σ, ενώ αρχικά η ορμή ήταν μηδενική.



β) Και αυτή η πρόταση είναι λανθασμένη. Αρκεί να σχεδιάσουμε τις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα, στην τυχαία θέση, όπως στο δεύτερο σχήμα. Τότε $Στ_{εξ,Α}≠0$, οπότε η στροφορμή του συστήματος ως προς το Α, μεταβάλλεται.

γ) Η πρόταση είναι λανθασμένη επίσης. Η δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στο σώμα Σ, είναι η N του τρίτου σχήματος, η οποία κατευθύνεται στο κέντρο Ο του κυλίνδρου. Αλλά τότε η αντίδρασή της είναι αυτή που θα επιταχύνει τον κύλινδρο, αντίθετης κατεύθυνσης, η ροπή της οποίας ως προς το Ο είναι μηδενική. Κατά συνέπεια ο κύλινδρος θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση, χωρίς να περιστραφεί.

ii) Στο σύστημα δεν ασκείται καμιά εξωτερική δύναμη στην οριζόντια διεύθυνση. Έτσι μπορεί να μην διατηρείται συνολικά η ορμή, διατηρείται όμως στην οριζόντια διεύθυνση. Έτσι εφαρμόζοντάς την μεταξύ των χρονικών στιγμών t=0 και t_1 παίρνουμε (θετική φορά προς τα δεξιά):

$$\vec{p}_{0x} = \vec{p}_{1x} \to 0 = -m_1\upsilon_1 + M\upsilon_2 \to \upsilon_2 = \frac{1}{2}\upsilon_1$$

Εφαρμόζοντας εξάλλου την ΑΔΜΕ μεταξύ των δύο παραπάνω θέσεων παίρνουμε:

$$mgR = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 \to$$

$$mgR = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}2m\left(\frac{\upsilon_1}{2}\right)^2 \to$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{4gR}{3}} = \sqrt{\frac{4\cdot 10\cdot 1,2}{3}}m/s = 4m/s$$

dmargaris@gmail.com