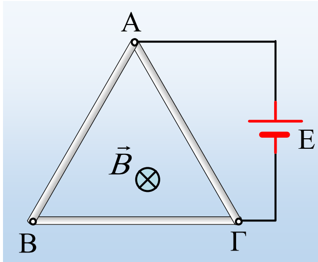
Ένας τριγωνικός βρόχος σε ΟΜΠ



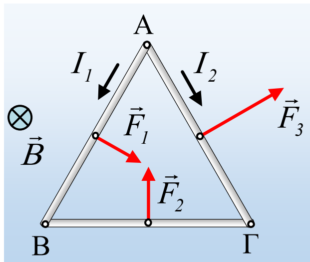
Ένας βρόχος σχήματος ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α=1m, το οποίο αποτελείται από ομογενές και ισοπαχές σύρμα, συνδέεται στις κορυφές Α και Γ με τους πόλους μιας πηγής ΗΕΔ Ε και εσωτερικής αντίστασης r. Το τρίγωνο βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, με ένταση Β=1Τ, κάθετη στο επίπεδο του τριγώνου, όπως στο σχήμα. Αν η πλευρά ΑΒ του τριγώνου διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_1=2Α, να βρεθούν:

i) Η δύναμη Laplace που ασκείται στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ.

ii) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πλευρά ΑΓ, καθώς και η δύναμη Laplace που ασκείται στην ΑΓ από το μαγνητικό πεδίο.

iii) Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο τριγωνικό βρόχο, από το μαγνητικό πεδίο.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που το μαγνητικό πεδίο ασκεί στις τρεις πλευρές του τριγώνου, με σημείο εφαρμογής, το μέσον κάθε πλευράς και διεύθυνση κάθετη στην πλευρά. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2, στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ, οι οποίες διαρρέονται από την ίδια ένταση ρεύματος I_1, έχουμε:

$$F_1 = BI_1\ell = BI_1 a = 1\cdot 2\cdot 1N = 2N$$
$$F_2 = BI_1\ell = BI_1 a = 1\cdot 2\cdot 1N = 2N$$

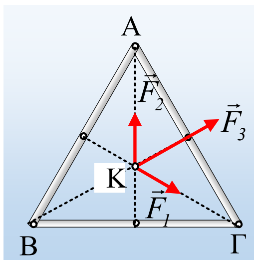
ii) Αν V_π η πολική τάση της πηγής και R η αντίσταση κάθε πλευράς του τριγώνου, λαμβάνοντας υπόψη ότι οι αντιστάσεις των πλευρών ΑΒ και ΒΓ συνδέονται σε σειρά και το σύστημά τους παράλληλα με την αντίστασης της πλευράς ΑΓ, θα έχουμε:

$$I_1 = \frac{V_\pi}{R_{AB,B\Gamma}} = \frac{V_\pi}{R+R} = \frac{V_\pi}{2R} \quad (1) \quad \text{και}$$
$$I_2 = \frac{V_\pi}{R_{A\Gamma}} = \frac{V_\pi}{R} = \frac{V_\pi}{R} \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει ότι $I_2=2I_1$=4Α.

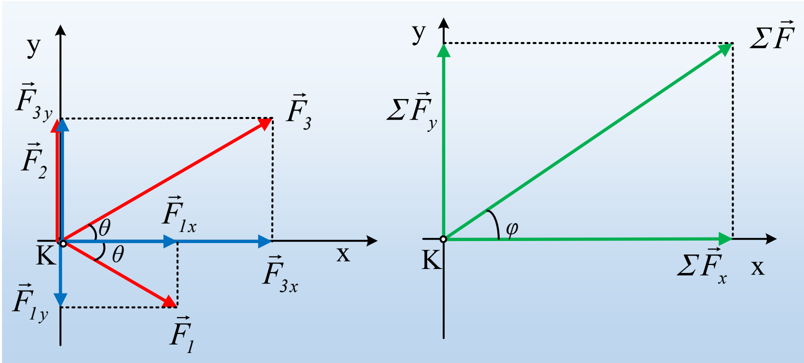
Αλλά τότε με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων, βρίσκουμε την κατεύθυνση της δύναμης F_3 που το μαγνητικό πεδίο ασκεί στην ΑΓ με μέτρο:

$$F_3 = BI_2\ell = BI_2 a = 1\cdot 4\cdot 1N = 4N$$



iii) Οι τρεις παραπάνω δυνάμεις, κάθετες στα μέσα των πλευρών, βρίσκονται πάνω στις διαμέσους (και ύψη και διχοτόμους…) του τριγώνου, με αποτέλεσμα οι δυνάμεις να συντρέχουν στο κέντρο βάρους Κ του τριγώνου, όπως στο σχήμα.

Αλλά τότε έχουμε δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σημείο και τις οποίες μπορούμε να αναλύσουμε σε άξονες x και y, όπου ο x έχει τη διεύθυνση της πλευράς ΒΓ και ο y κάθετος προς αυτόν, όπως στο παρακάτω σχήμα:



Με βάση τη Γεωμετρία του σχήματος, η F_1 σχηματίζει γωνία θ=30° με τον άξονα x, όπως την ίδια γωνία θ σχηματίζει και η F_3. Για τα μέτρα τους έχουμε:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} N = \sqrt{3} N \quad \kappa\alpha\iota \quad F_{1y} = F_1 \cdot \eta\mu\theta = 2 \cdot \frac{1}{2} N = 1N$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} N = 2\sqrt{3} N \quad \kappa\alpha\iota \quad F_{3y} = F_3 \cdot \eta\mu\theta = 4 \cdot \frac{1}{2} N = 2N$$

Αλλά τότε για τα μέτρα των ΣF_x και ΣF_y θα έχουμε:

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{3x} = \sqrt{3}N + 2\sqrt{3}N = 3\sqrt{3}N \quad \kappa\alpha\iota$$
$$\Sigma F_y = -F_{1y} + F_2 + F_{3y} = -1N + 2N + 2N = 3N$$

Έτσι, με βάση το δεξιό σχήμα, για τη συνισταμένη δύναμη θα έχουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2}\,N = \sqrt{36}\,N = 6N$$

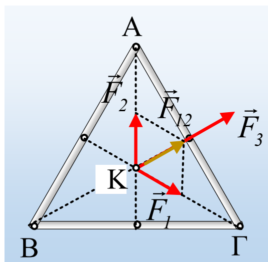
Με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την διεύθυνση x, όπου:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{3N}{3\sqrt{3}N} = \frac{\sqrt{3}}{3} \to \varphi = 30°$$

Σχόλιο:

Το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων F_1 και F_2 είναι ρόμβος με γωνία 120°. Άρα η συνισταμένη τους F_{12} έχει το ίδιο μέτρο και σχηματίζει γωνία 60° με αυτές. Αλλά τότε έχει την κατεύθυνση της F_3 και τελικά η συνισταμένη και των τριών δυνάμεων έχει την κατεύθυνση της F_3 και μέτρο:

$$\Sigma F = F_{12} + F_3 = 2N + 4N = 6N$$



dmargaris@gmail.com