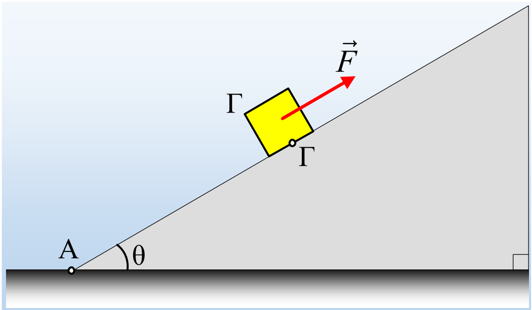
Αυξάνοντας την δύναμη, το σώμα ανεβαίνει.



Στο σχήμα βλέπετε ένα σώμα Σ, αμελητέων διαστάσεων, να ηρεμεί στο σημείο Γ ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, με την επίδραση δύναμης μέτρου F=10N, παράλληλης προς το επίπεδο, απέχοντας απόσταση (ΑΓ)=2m, από την βάση του επιπέδου. Δίνεται η γωνία θ=30° (ημθ= ½ και συνθ =√3/2) και $g=10m/s^2$, ενώ η δυναμική ενέργεια του σώματος όταν βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Α είναι μηδενική.

i) Να υπολογιστεί η μάζα του σώματος Σ.

ii) Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια του σώματος στην θέση Γ.

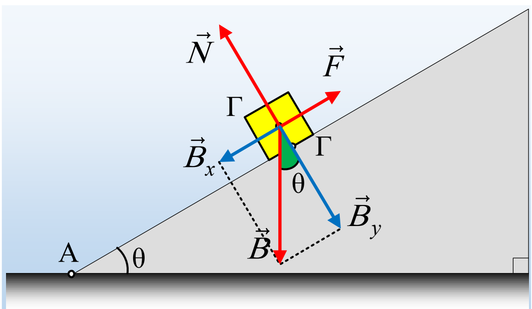
ii) Κάποια στιγμή αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F΄=16N, με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να ανέρχεται κατά μήκος του επιπέδου και μετά από λίγο περνά από το σημείο Δ, όπου (ΓΔ)=1,5m.

α) Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα Σ, μέσω του έργου της δύναμης F, κατά την παραπάνω μετακίνηση;

β) Ποια η ταχύτητα του σώματος στη θέση Δ;

γ) Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια του σώματος στη θέση Δ.

Απάντηση:



i) Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στη θέση Γ, όπως στο διπλανό σχήμα και στη συνέχεια αναλύουμε το βάρος σε δυο συνιστώσες B_x παράλληλη στο επίπεδο και B_y κάθετη σε αυτό. Για τις συνιστώσες αυτές:

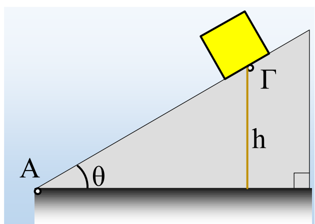
$$B_x=B\cdot ημθ \quad και \quad B_y=B\cdot ημθ$$

Αφού η γωνία μεταξύ βάρους και B_y είναι ίση με την κλίση θ του κεκλιμένου επιπέδου (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές).

Από την ισορροπία του σώματος στην διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου, παίρνουμε:

$$ΣF_x=0 \rightarrow F\text{-}B_x=0 \rightarrow F=B\cdot ημθ \rightarrow F=mg\cdot ημθ \rightarrow$$

$$m=\frac{F}{g\cdot ημθ}=\frac{10}{10\cdot {}^{1}\!/_{2}}kg=2kg$$



ii) Το σώμα στη θέση Γ, βρίσκεται σε ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο, όπου:

$$ημθ=\frac{h}{(ΑΓ)} \rightarrow h=(ΑΓ)\cdot ημθ$$

Οπότε η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι ίση:

$$U=mgh=mg\cdot(A\Gamma)\cdot\eta\mu\theta=2\cdot 10\cdot 2\cdot ½\ J=20J$$

iii) Κατά την προς τα πάνω κίνηση του σώματος, οι ασκούμενες δυνάμεις είναι αυτές του i) ερωτήματος.

α) Η ενέργεια που μεταφέρεται στο σώμα μέσω της δύναμης, είναι ίση με το έργο της δύναμης:

$$W_F= F'\Delta x= F'\cdot(\Gamma\Delta)=16\cdot 1,5J=24J.$$

β) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από το Γ στο Δ:

$$K_\Delta - K_\Gamma = W_{B_x} + W_{By} + W_N + W_F$$

Αλλά $W_{By}=W_N=0$, αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = -B_x\cdot\Delta x + 0 + 0 + W_F \rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = -mg\eta\mu\theta\cdot\Delta x + W_F \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}2\upsilon^2 = -2\cdot 10\cdot\frac{1}{2}\cdot 1,5 + 24 \rightarrow \upsilon^2 = 9 \rightarrow$$

$$\upsilon = 3m/s$$

γ) Στην Δ θέση το σώμα βρίσκεται σε ύψος Η, από το οριζόντιο επίπεδο, οπότε δουλεύοντας όπως και στο ii) ερώτημα, θα έχουμε:

$$\eta\mu\theta = \frac{H}{(A\Delta)} \rightarrow H = (A\Delta)\cdot\eta\mu\theta = \big((A\Gamma)+(\Gamma\Delta)\big)\cdot\eta\mu\theta = (2+1,5)\frac{1}{2}m = 1,75m$$

Αλλά τότε η μηχανική του ενέργεια είναι ίση:

$$E_M = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + mgH \rightarrow$$

$$E_M = \frac{1}{2}2\cdot 3^2 J + 2\cdot 10\cdot 1,75J = 44J$$

Σχόλιο:

Το σώμα αρχικά ισορροπεί στην θέση Γ έχοντας μηχανική ενέργεια, ίση με την δυναμική 20J. Αν αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F΄, το σώμα θα κινηθεί προς τα πάνω. Αν το έργο της ασκούμενης δύναμης είναι $W_{F'}$=24J, τότε στη θέση Δ η μηχανική ενέργεια είναι ίση:

$$E_{M,\Delta}=E_{M,\Gamma}+W_{F'}=20J+24J=44J.$$

dmargaris@gmail.com