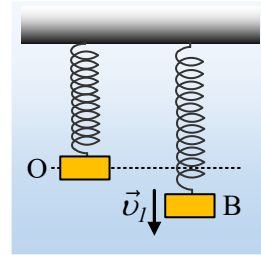


Φθίνουσα ταλάντωση: Δυο φορές στην ίδια θέση

Ένα σώμα ταλαντώνεται δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, γύρω από την θέση ισορροπίας O , ενώ δέχεται δύναμη απόσβεσης της μορφής $F_{απ} = -bv$. Σε μια στιγμή t_1 περνάει από την θέση B του σχήματος, κινούμενο προς τα κάτω έχοντας ταχύτητα μέτρου v_1 . Στην θέση αυτή έχει επιτάχυνση μέτρου a_1 , ενώ δέχεται δύναμη απόσβεσης μέτρου F_1 . Την επόμενη χρονική στιγμή t_2 , που το σώμα θα ξαναβρεθεί στην θέση B , έχει επιτάχυνση μέτρου a_2 ενώ δέχεται δύναμη απόσβεσης μέτρου F_2 .



i) Για τα μέτρα των επιταχύνσεων a_1 και a_2 ισχύει:

$$\alpha) a_1 < a_2, \quad \beta) a_1 = a_2, \quad \gamma) a_1 > a_2.$$

ii) Αν U_1 η δυναμική ενέργεια τη στιγμή t_1 και U_2 η αντίστοιχη δυναμική ενέργεια τη στιγμή t_2 , ισχύει:

$$\alpha) U_1 < U_2, \quad \beta) U_1 = U_2, \quad \gamma) U_1 > U_2.$$

iii) Για τα μέτρα των δυνάμεων απόσβεσης ισχύει:

$$\alpha) |F_1| < |F_2|, \quad \beta) |F_1| = |F_2|, \quad \gamma) |F_1| > |F_2|.$$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Στο σώμα ασκείται το βάρος και η δύναμη του ελατηρίου. Η συνισταμένη τους είναι η δύναμη επαναφοράς $F_{επ} = -Dx = -kx$, με την άσκηση της οποίας το σώμα θα εκτελούσε αατ, αν ΔΕΝ υπήρχε η δύναμη απόσβεσης $F_{απ} = -bv$. Για τις ανάγκες της μελέτης μας θα δουλέψουμε με χρήση της $F_{επ}$, αντί για το βάρος και της δύναμης του ελατηρίου.

i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση B , τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 . Το σώμα και τις δύο χρονικές στιγμές έχει επιτάχυνση με φορά προς την θέση ισορροπίας με μέτρα:

$$\Sigma F_1 = ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{F_{επ} + F_{απ}}{m} = \frac{k|x_1| + bv_1}{m} \quad (1)$$

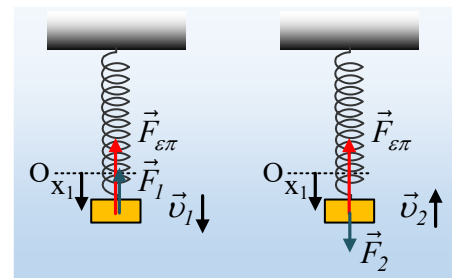
$$\Sigma F_2 = ma_2 \rightarrow a_2 = \frac{F_{επ} - F_{απ}}{m} = \frac{k|x_1| - bv_2}{m} \quad (2)$$

Από την σύγκριση των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει ότι $a_1 > a_2$. Σωστό το γ).

ii) Όταν το σώμα περνά από το σημείο B , έχει δυναμική ενέργεια:

$$U = \frac{1}{2} Dx^2 = \frac{1}{2} k \cdot x_1^2$$

Και αυτό ανεξάρτητα αν το σώμα κινείται προς τα κάτω ή προς τα πάνω. Σωστό το β).



iii) Τη στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω, θα φτάσει στην θέση πλάτους και στη συνέχεια θα κινηθεί προς τα πάνω επιστρέφοντας τη στιγμή t_2 στη θέση Β. Σε όλη αυτήν την κίνηση η δύναμη απόσβεσης έχει τιμή $F_{απ} = -bv$, έχει δηλαδή αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα. Αλλά τότε κάθε στιγμή θα έχει αρνητική ισχύ, πράγμα που σημαίνει ότι το έργο της από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 είναι αρνητικό. Αλλά τότε η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται, αφού κάποια ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική. Έτσι αν E_1 η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 και E_2 τη στιγμή t_2 , θα ισχύει:

$$E_1 > E_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + U_1 > \frac{1}{2}mv_2^2 + U_2 \xrightarrow{U_1=U_2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 > \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow v_1 > v_2$$

Όπου v_1 και v_2 τα **μέτρα** των αντίστοιχων ταχυτήτων τις παραπάνω στιγμές.

Αλλά τότε και για τα μέτρα των αντίστοιχων δυνάμεων απόσβεσης θα έχουμε:

$$F_1 = -bv_1 \rightarrow |F_1| = bv_1 \quad \text{και} \quad |F_2| = bv_2 \xrightarrow{v_1 > v_2}$$

$$|F_1| > |F_2|$$

Σωστό το γ).

dmargaris@gmail.com