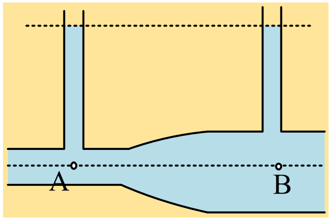
Ελέγχουμε αν υπάρχει ροή, υπολογίζοντας και ταχύτητα.



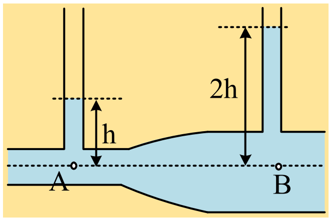
Στο σχήμα δίνεται ένα τμήμα δικτύου όπου ο οριζόντιος σωλήνας έχει μεταβλητή διατομή. Στον σωλήνα αυτό έχουν προσαρμοστεί δύο λεπτοί κατακόρυφοι σωλήνες, στους οποίους το νερό φτάνει στο ίδιο ύψος. Δίνονται δύο σημεία Α και Β στην ίδια οριζόντια ευθεία, κάτω από τους δυο κατακόρυφους σωλήνες, ενώ αν υπάρχει ροή, αυτή να θεωρηθεί μόνιμη ροή ιδανικού ρευστού.

i) Για το νερό στον οριζόντιο σωλήνα:

α) Το νερό ρέει από το Α προς το Β.

β) Η ροή πραγματοποιείται από το Β προς το Α.

γ) Το νερό ηρεμεί.



ii) Κάποια άλλη στιγμή, στο ίδιο τμήμα του δικτύου, πήραμε το δεύτερο σχήμα, με τα σημειωμένα στο σχήμα ύψη του νερού στους δυο σωλήνες.

α) Έχουμε ροή του νερού από το Α προς το Β

β) Η ροή πραγματοποιείται από το Β προς το Α.

γ) Δεν ξέρουμε προς τα πού ρέει το νερό.

iii) Αν η διατομή του σωλήνα στην περιοχή του σημείου Β είναι διπλάσια της αντίστοιχης διατομή στο Α και h=15cm, να υπολογιστεί η ταχύτητα ροής στο σημείο Α.

Απάντηση:

i) Οι πιέσεις στα σημεία Α και Β έχουν την ίδια τιμή:

$$p_A=p_B=p_{ατ}+\rho gH$$

Όπου Η το ύψος του νερού πάνω από τα σημεία, μέχρι την ελεύθερη επιφάνεια στους κατακόρυφους σωλήνες. Αλλά αν υποθέσουμε ότι υπάρχει μια μόνιμη ροή στον οριζόντια σωλήνα και πάρουμε την εξίσωση Bernoulli μεταξύ των σημείων Α και Β, θα έχουμε:

$$p_A+\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2=p_B+\frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \quad (2) \xrightarrow{(1)}$$

$$\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2=\frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \rightarrow |\upsilon_A|=|\upsilon_B| \quad (3)$$

Όμως από την εξίσωση της συνέχειας μεταξύ των διατομών στα σημεία Α και Β παίρνουμε:

$$A_A\cdot\upsilon_A=A_B\cdot\upsilon_B \rightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\frac{A_B}{A_A}>1 \quad (4)$$

Κατά συνέπεια η σχέση (3) δεν μπορεί να ισχύει (η υπόθεσή μας οδηγήθηκε σε άτοπο…) και στον οριζόντιο σωλήνα δεν υπάρχει καμιά ροή. Έχουμε νερό σε υδροστατική ισορροπία. Σωστό το γ).

ii) Με βάση το δεύτερο σχήμα, οι πιέσεις στα σημεία Α και Β είναι διαφορετικές και μάλιστα $p_B>p_A$, αφού:

$$p_A=p_{\alpha\tau}+\rho gh \quad \kappa\alpha\iota \quad p_B=p_{\alpha\tau}+2\rho gh.$$

Αλλά τότε έχουμε ροή όπου με βάση την εξίσωση (4) $\upsilon_A>\upsilon_B$ συμπέρασμα σύμφωνο με την εξίσωση (2).

Τα παραπάνω όμως δεν συνδέονται πουθενά με την φορά της ταχύτητας. Η εξίσωση Bernoulli περιέχει την ταχύτητα στο τετράγωνο, πράγμα που σημαίνει ότι μας δίνει πληροφορίες για το μέτρο της ταχύτητας και όχι για την κατεύθυνση της ροής. Σωστό το γ).

iii) Από την εξίσωση (4) παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\frac{A_B}{A_A}=\frac{2A_A}{A_A}=2 \rightarrow \upsilon_A=2\upsilon_B$$

Οπότε από την εξίσωση Bernoulli παίρνουμε:

$$p_A+\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2=p_B+\frac{1}{2}\rho\upsilon_B^2 \rightarrow$$

$$p_{\alpha\tau}+\rho gh+\frac{1}{2}\rho\upsilon_A^2=p_{\alpha\tau}+2\rho gh+\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\upsilon_A}{2}\right)^2 \rightarrow$$

$$\frac{3}{2}\rho\upsilon_A^2=\rho gh \rightarrow \upsilon_A=\sqrt{\frac{2gh}{3}} \rightarrow$$

$$\upsilon_A=\sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 0{,}15}{3}}m/s=1m/s$$

dmargaris@gmail.com